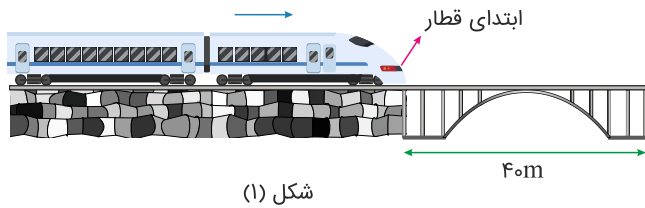
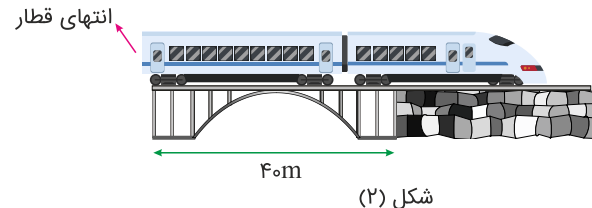


گام اول: در دو بازه زمانی، پل به طور کامل از قطار اشغال نمی شود؛ بازه زمانی اول (Δt_{in})، مدت زمانی است که در آن ابتدای قطار از انتهای پل به ابتدای پل می رود (شکل ۱) و بازه زمانی دوم (Δt_{out}) مدت زمانی است که در آن انتهای قطار از ابتدای پل به انتهای پل می رود (شکل ۲).



شکل (۱)



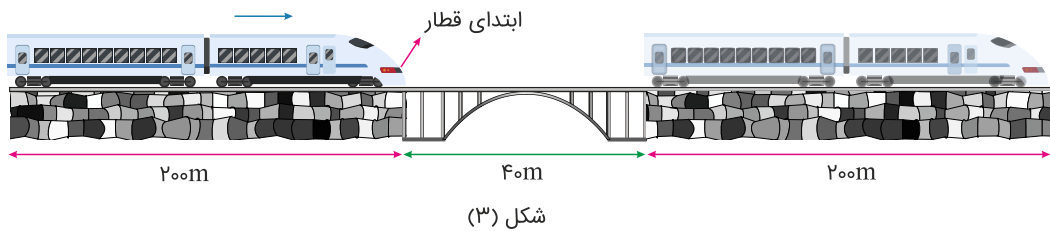
شکل (۲)

چون قطار با سرعت ثابت از روی پل عبور می کند، داریم:

$$\Delta x = v \Delta t \Rightarrow F_0 = v_0 \times \Delta t_{in} \Rightarrow \Delta t_{in} = 2s$$

$$\Delta x = v \Delta t \Rightarrow F_0 = v_0 \times \Delta t_{out} \Rightarrow \Delta t_{out} = 2s$$

گام دوم: حالا باتوجه به شکل (۳) مدت زمان لازم برای عبور کامل قطار از روی پل را به دست می آوریم؛ یعنی فاصله زمانی بین لحظه ورود ابتدای قطار به ابتدای پل و لحظه خروج انتهای قطار از انتهای پل:



شکل (۳)

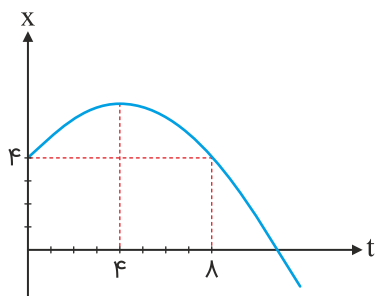
$$\Delta x = v \Delta t \Rightarrow d_{پل} + d_{قطار} = v \Delta t$$

$$\Rightarrow F_0 + 200 = v_0 \times \Delta t \Rightarrow \Delta t = \frac{240}{v_0} = 12s$$

گام سوم: در پایان مدت زمانی که پل به طور کامل از قطار پر شده است را به دست می آوریم که برابر است با:

$$\Delta t' = \Delta t - \Delta t_{in} - \Delta t_{out} = 12 - 2 - 2 = 8s$$

راه اول: متحرک در $t = ۴ \text{ s}$ تغییر جهت می‌دهد پس نمودار $x - t$ متحرک مطابق شکل زیر است:

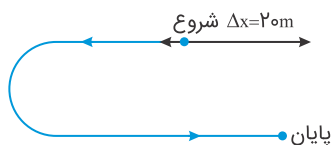


با توجه به تقارن سهمی مکان متحرک در لحظه $t = ۰$ و $t = ۸ \text{ s}$ در یک نقطه می‌باشد.
راه دوم:

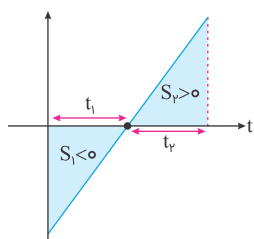
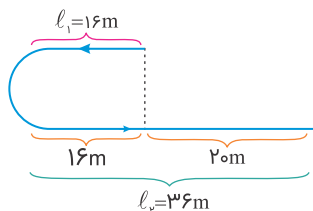
$$v = at + v_0 \Rightarrow 0 = ۴a + ۳ \Rightarrow a = \frac{-۳}{۴} \text{ m/s}^2$$

$$x_\lambda = \frac{1}{2}at^2 + v_0t + x_0 \Rightarrow x_\lambda = \frac{1}{2} \times \frac{-۳}{۴} \times (۸)^2 + (۳)(۸) + ۴ \Rightarrow x_\lambda = ۴ \text{ m}$$

$$\left. \begin{aligned} \Delta t_1 &= \frac{\ell}{۳_0} \\ \Delta t_2 &= \frac{\ell}{۴_0} \\ \Delta t_1 - \Delta t_2 &= \frac{\lambda_0}{c_0} (h) \end{aligned} \right\} \Rightarrow \frac{\ell}{۳_0} - \frac{\ell}{۴_0} = \frac{۴}{۳} \Rightarrow \ell = ۱۲_0 \text{ km}$$



$$۳۲ \div ۲ = ۱۶ \text{ m}$$



چون نسبت مساحت دو مثلث برابر است با مجذور نسبت تشابه مثلث‌ها، بنابراین داریم:

$$\left| \frac{S_1}{S_2} \right| = \left(\frac{t_1}{t_2} \right)^2 \Rightarrow \frac{۱۶}{۳۶} = \left(\frac{t_1}{t_2} \right)^2 \Rightarrow \frac{t_1}{t_2} = \frac{۴}{۶} = \frac{۲}{۳}$$

$$t_1 = \frac{۲}{۳} t_2$$

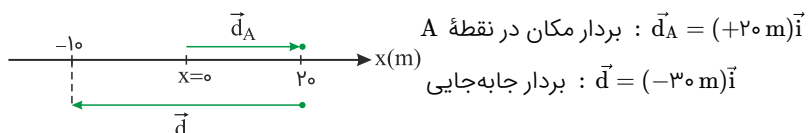
$$t_1 + t_2 = ۵ \Rightarrow \frac{۲}{۳} t_2 + t_2 = ۵ \Rightarrow \frac{۵}{۳} t_2 = ۵$$

$$\Rightarrow t_2 = ۳ \text{ s}, t_1 = ۲ \text{ s}$$

$$\Delta x_2 = \frac{1}{2} a t_2^2 + v_0 t_2 \Rightarrow ۳۶ = \frac{1}{2} a \times ۳^2 + ۰ \Rightarrow a = ۸ \text{ m/s}^2$$

توجه: بردار مکان در هر لحظه، برداری است که مبدأ مکان ($x = ۰$) را به مکان متحرک در آن لحظه وصل می‌کند و بردار جابه‌جایی برداری است که مکان آغازین را به مکان پایانی وصل می‌کند.

باتوجه به شکل زیر داریم:



راحل اول:

۲ ثانیه دوم حرکت یعنی بازه زمانی بین ۲ s تا ۴ s و ۲ ثانیه چهارم حرکت نیز یعنی بازه زمانی بین ۶ s تا ۸ s. با نوشتن معادله مکان- زمان در حرکت با شتاب ثابت برای هر یک از این بازه‌های زمانی داریم:

$$x = \frac{1}{2}at^2 + v_0 t + x_0$$

$$\begin{cases} \Delta x = x_{Fs} - x_{2s} \Rightarrow 21 = \frac{1}{2}a(4^2 - 2^2) + v_0(4 - 2) \\ \Delta x = x_{8s} - x_{6s} \Rightarrow 39 = \frac{1}{2}a(8^2 - 6^2) + v_0(8 - 6) \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 15 = 6a + 2v_0 \\ 39 = 14a + 2v_0 \end{cases}$$

$$\Rightarrow 24 = 8a \Rightarrow a = 3 \text{ m/s}^2$$

راحل دوم:

طبق معادله $\Delta x_{T \text{ ثانیه } n \text{ ام}} = (n - 0.5)aT^2 + v_0 T$ داریم:

$$\begin{aligned} \Delta x_{2 \text{ ثانیه دوم}} &= (2 - 0.5)a(2)^2 + v_0(2) = 1/5a \times 4 + 2v_0 = 6a + 2v_0 = 15m \\ \Delta x_{2 \text{ ثانیه چهارم}} &= (4 - 0.5)a(2)^2 + v_0(2) = 3/5a \times 4 + 2v_0 = 14a + 2v_0 = 39m \end{aligned}$$

حال از تفاضل این دو معادله داریم:

$$39 - 15 = 14a - 6a + 2v_0 - 2v_0 \Rightarrow 24 = 8a \Rightarrow a = 3 \text{ m/s}^2$$

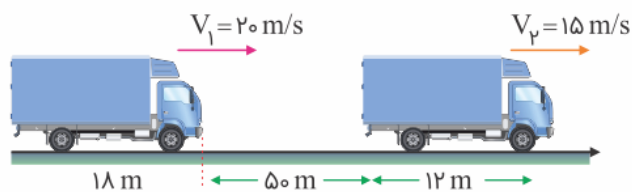
نکته: در حرکت با شتاب ثابت روی مسیر مستقیم، جابجایی متحرک در بازه‌های یکسان و متوالی t ثانیه تشکیل یک دنباله عددی (حسابی) با قدر نسبت $d = at^2$ می‌دهد.

$$\begin{aligned} \Delta x_{5 \text{ سه ثانیه پنجم}} &= \Delta x_{2 \text{ سه ثانیه دوم}} + 3d \Rightarrow 51 = 24 + 3d \Rightarrow 3d = 27 \Rightarrow d = 9 \\ d = at^2 &= a \times 3^2 = 9 \Rightarrow a = 1 \text{ (m/s}^2\text{)} \end{aligned}$$

حال جابجایی در سه ثانیه اول یعنی از صفر تا سه را می‌یابیم:

$$\begin{aligned} \Delta x_{1 \text{ سه ثانیه اول}} &= \Delta x_{2 \text{ سه ثانیه دوم}} - d = 24 - 9 = 15 \text{ (m)} \\ \Delta x_{1 \text{ سه ثانیه اول}} &= \frac{1}{2}at^2 + v_0 t \Rightarrow 15 = \frac{1}{2} \times 1 \times 3^2 + v_0 \times 3 \\ \Rightarrow 3v_0 &= 15 - \frac{9}{2} = \frac{21}{2} \Rightarrow v_0 = \frac{7}{2} \text{ (m/s)} \end{aligned}$$

روش اول: اگر مبدأ مکان را ابتدای کامیون اول در نظر بگیریم، معادله حرکت هر یک از کامیون‌ها که با سرعت ثابت حرکت می‌کنند، مطابق زیر خواهد بود:



$$v_1 = 72 \div 3/6 = 20 \text{ m/s}$$

$$x_1 = 20t$$

در لحظه $t = 0$ ابتدای کامیون دوم در فاصله $12 + 50 = 62$ متری مبدأ است و معادله آن به صورت زیر است:

$$x_2 = 15t + 62$$

هنگامی که کامیون اول به طور کامل از کامیون دوم سبقت بگیرد، باید مکان آن 18 m از مکان کامیون اول بیشتر باشد.

$$x_1 = x_2 + 18 \Rightarrow 20t = 15t + 62 + 18 \Rightarrow t = 16 \text{ s}$$

اکنون جابه‌جایی کامیون اول را طی مدت 16 s حساب می‌کنیم:

$$\Delta x = vt = 20 \times 16 = 320 \text{ m}$$

روش دوم: از مفهوم سرعت نسبی استفاده می‌کنیم، چون سرعت هر دو در یک جهت است، سرعت نسبی آن‌ها برابر $20 - 15 = 5 \text{ m/s}$ می‌شود و باید فاصله نسبی $18 + 50 + 12 = 80 \text{ m}$ را در نظر بگیریم، پس چون حرکت هر دو یکنواخت است، داریم:

$$\Delta x_{\text{نسبی}} = v_{\text{نسبی}} t \Rightarrow t = \frac{80}{5} = 16 \text{ s}$$

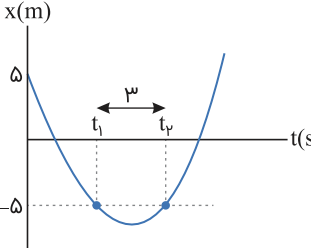
و پس از آن مطابق روش اول جابه‌جایی کامیون اول را حساب می‌کنیم.

اگر شتاب جسم با گذشت زمان تغییر نکند، به ازای t ‌های مختلف (زمان‌های مختلف) شتاب‌ها برابر خواهند بود. یعنی نمودار شتاب- زمان متحرک، خطی موازی محور زمان خواهد بود.

سرعت اولیه متحرک $v_0 = -7 \text{ m/s}$ و مکان اولیه متحرک باتوجه به نمودار $x_0 = 5 \text{ m}$ است، بنابراین معادله مکان- زمان متحرک به صورت زیر است:

$$x = \frac{1}{2}at^2 + v_0t + x_0 \Rightarrow x = \frac{1}{2}at^2 - 7t + 5$$

مطابق شکل زیر، با فرض اینکه t_1 و t_2 لحظاتی باشند که در آن‌ها مکان متحرک برابر 5 m است، داریم:



$$x = \frac{1}{2}at^2 - 7t + 5$$

$$\xrightarrow{(x=5)} -5 = \frac{1}{2}at^2 - 7t + 5 \Rightarrow \frac{1}{2}at^2 - 7t + 10 = 0$$

$$\Rightarrow t = \frac{7 \pm \sqrt{49 - 20a}}{a}$$

$$\Rightarrow (t_1 = \frac{7 - \sqrt{49 - 20a}}{a}, t_2 = \frac{7 + \sqrt{49 - 20a}}{a}) \xrightarrow{\text{باتوجه به نمودار}} t_2 - t_1 = 3$$

$$\Rightarrow \frac{7 + \sqrt{49 - 20a}}{a} - \frac{7 - \sqrt{49 - 20a}}{a} = 3 \Rightarrow \frac{2\sqrt{49 - 20a}}{a} = 3$$

$$\Rightarrow 2\sqrt{49 - 20a} = 3a \Rightarrow 4(49 - 20a) = 9a^2 \Rightarrow 9a^2 + 10a - 196 = 0$$

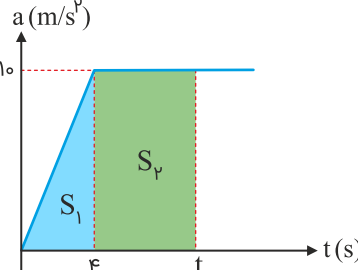
برای به دست آوردن a ، باید معادله درجه دوم بالا را حل کنیم ولی چون ضرایب معادله اعداد بزرگی هستند بهتر است گزینه‌ها را در معادله بالا امتحان کنیم:

$$a = 1 \Rightarrow 9 \times (1)^2 + 10(1) - 196 = 19 - 196 = 0$$

$$a = 2 \Rightarrow 9 \times (2)^2 + 10(2) - 196 = 36 + 20 - 196 = 0$$

پس شتاب حرکت $a = 2 \text{ m/s}^2$ است.

با توجه به همواره مثبت بودن شتاب و منفی بودن سرعت اولیه می‌فهمیم که از $v_0 = -50 \text{ m/s}$ تا $v = 0$ حرکت متحرک کندشونده ($av < 0$) است.



$$S_1 + S_2 = 50 \Rightarrow S_1 = \frac{4 \times 10}{2} = 20, S_2 = 10(t - 4)$$

$$\Rightarrow 20 + 10t - 40 = 50 \Rightarrow t = 7 \text{ s}$$

می‌دانیم سرعت در لحظه $t = 4$ برابر صفر است (شیب مماس بر نمودار)

$$\Delta x = \frac{v_0 + v}{2} \Delta t \Rightarrow 16 = \frac{v_0 + 0}{2} \times 4 \Rightarrow v_0 = 8 \text{ m/s}$$

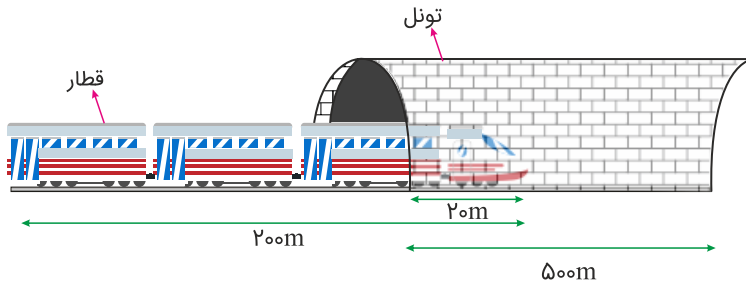
$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{0 - 8}{4} = -2 \text{ m/s}^2$$

$$x = \frac{1}{2}at^2 + v_0t + x_0 \Rightarrow 0 = \frac{1}{2} \times (-2)t^2 + 8t + 9$$

$$\Rightarrow 0 = t^2 - 8t - 9 \Rightarrow (t - 9)(t + 1) = 0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} t = 9 \text{ s} \\ t = -1 \text{ s (غ ق)} \end{cases}$$

مطابق شکل زیر، در لحظه t ، ابتدای قطار به مقدار ۲۰۰m وارد تونل شده است؛ بنابراین برای آنکه ابتدای قطار به انتهای تونل برسد لازم است تا قطار مسافتی به مقدار زیر را پیماید:



$$x_1 = 500 - 20 = 480\text{m}$$

پس از آنکه ابتدای قطار به انتهای تونل رسید، برای آنکه کل قطار از تونل خارج شود، لازم است تا قطار مسافتی به اندازه طول خود را پیماید:

$$x_2 = 200\text{m}$$

در نتیجه کل مسافت پیموده شده توسط قطار و زمان لازم برای انجام این کار برابر است با:

$$x_{\text{کل}} = x_1 + x_2 = 480 + 200 = 680\text{m}$$

$$x_{\text{کل}} = v_{\text{قطار}} \times \Delta t \Rightarrow 680 = 40 \Delta t \Rightarrow \Delta t = 17\text{s}$$

طول مسیر را Δx در نظر می‌گیریم. ابتدا مدت زمان رسیدن دو متحرک به انتهای دیگر مسیر و اختلاف زمان آن‌ها (Δx) را به دست می‌آوریم:

$$v = \frac{\Delta x}{\Delta t} \Rightarrow \begin{cases} 5 = \frac{\Delta x}{t_A} \Rightarrow t_A = \frac{\Delta x}{5} \\ 4 = \frac{\Delta x}{t_B} \Rightarrow t_B = \frac{\Delta x}{4} \end{cases} \Rightarrow \Delta t = t_B - t_A = \frac{\Delta x}{4}$$

لحظه‌ای که دو متحرک به هم می‌رسند (t') را به دست می‌آوریم. در لحظه‌ای که دو متحرک به هم می‌رسند، مجموع مسافت طی شده آن‌ها برابر Δx است؛ پس:

$$V_A = 5\text{ m/s} \quad V_B = 4\text{ m/s} \quad \ell_A + \ell_B = \Delta x \Rightarrow 5t' + 4t' = \Delta x \Rightarrow t' = \frac{\Delta x}{9}$$

حالا اختلاف مسافت دو متحرک را به دست می‌آوریم:

$$\ell_A - \ell_B = 5t' - 4t' = t' = \frac{\Delta x}{9} \xrightarrow{\Delta x = 40 \Delta t} t' = \frac{40}{9} \Delta t$$

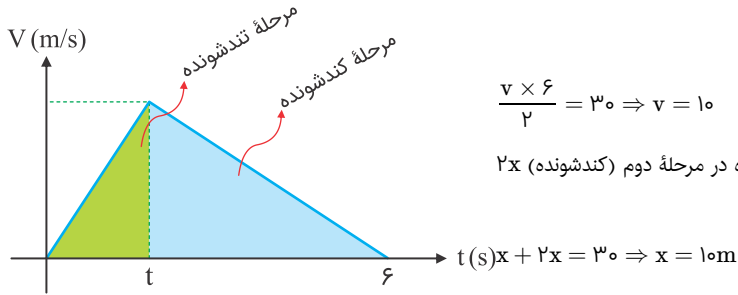
تغییر جهت حرکت هنگامی رخ می‌دهد که جهت سرعت جسم تغییر کند. در حرکت بر خط راست تغییر جهت سرعت جسم، معادل تغییر علامت سرعت جسم است.

$$x = -t^2 + 4t + 5 \Rightarrow \frac{dx}{dt} = -2t + 4$$

$$v = 0 \Rightarrow t = 2\text{s}$$

سرعت جسم ($v = -2t + 4$) قبل از لحظه $t = 2\text{s}$ ، مثبت و پس از آن منفی است.

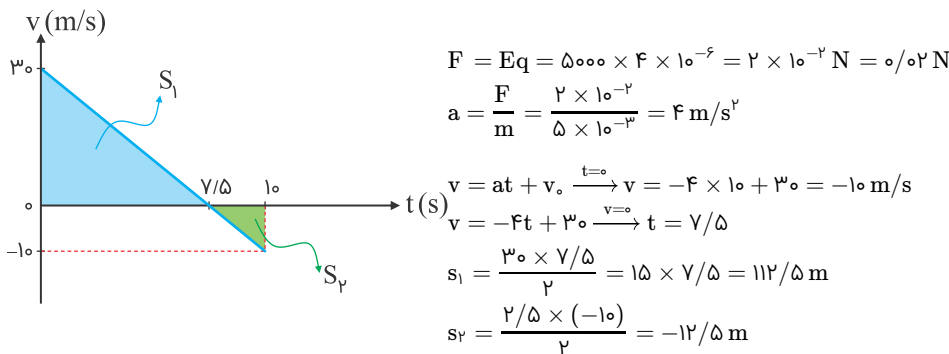
کل مسافت طی شده ۳۰m است. بنابراین مساحت کل زیر نمودار نیز باید ۳۰m باشد.



مساحت زیر نمودار در مرحله اول باید ۱۰m باشد.

شتاب مرحله اول، برابر با شیب خط است.

$$a_1 = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{10}{2} = 5 \frac{m}{s^2}$$



باتوجه به تقارن سهمی و اینکه متحرک در لحظه ۰ و ۱۰ ثانیه در یک مکان قرار گرفته، پس در $t = 5s$ سرعت متحرک صفر است؛ پس با استفاده از معادله مکان- زمان و سرعت- زمان ابتدا شتاب حرکت را به دست می‌آوریم:

$$v = at + v_0 \xrightarrow[t=5s]{v=0 m/s} 0 = 5a + v_0 \Rightarrow v_0 = -5a$$

$$x = \frac{1}{2}at^2 + v_0t + x_0 \Rightarrow 36 = \frac{1}{2}a(5)^2 + (-5a) \times 5 + 23/5$$

$$\Rightarrow 12/5 = 12/5a - 25a \Rightarrow a = \frac{-12/5}{12/5} = -1 m/s^2$$

اکنون با استفاده از معادله مستقل از زمان (سرعت- جابه‌جایی) داریم:

$$v^2 - v_0^2 = 2a\Delta x \Rightarrow v^2 - 0^2 = 2 \times -1 - 36 \Rightarrow v^2 = 2 \times 36 = 6\sqrt{2} m/s$$

گام اول: لحظه به هم رسیدن هر دو متحرک را محاسبه می‌کنیم:

$$x_A = x_B \Rightarrow ۲t^۲ + ۴t = -t^۲ + ۱۰t + ۷۲$$

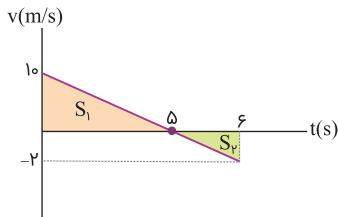
$$\Rightarrow ۳t^۲ - ۶t - ۷۲ = ۰ \Rightarrow t^۲ - ۲t - ۲۴ = ۰$$

$$\Rightarrow (t - ۶)(t + ۴) = ۰ \Rightarrow \begin{cases} t = ۶ \text{ s} & \checkmark \\ t = -۴ \text{ s} & \times \end{cases}$$

برای به دست آوردن مسافت طی شده توسط متحرک B نمودار $v - t$ آن را رسم می‌کنیم:

$$x_B = -t^۲ + ۱۰t + ۷۲ \Rightarrow v_B = -۲t + ۱۰$$

$$v = ۰ \Rightarrow t = ۵ \text{ s} , \quad t = ۶ \text{ s} \Rightarrow v = -۲ \text{ m/s}$$



$$\left. \begin{aligned} S_1 &= \frac{۵ \times ۱۰}{۲} = ۲۵ \Rightarrow \Delta x_1 = ۲۵ \text{ m} \\ S_2 &= \frac{۲ \times ۱}{۲} = ۱ \Rightarrow \Delta x_2 = -۱ \text{ m} \end{aligned} \right\} \Rightarrow l = |\Delta x_1| + |\Delta x_2| \Rightarrow l = ۲۵ + ۱ = ۲۶ \text{ m}$$

۴ ثانیه طول می‌کشد تا سرعت متحرک صفر شود بنابراین ۴ ثانیه دیگر طول می‌کشد تا متحرک به نقطه شروع بازگردد پس $\Delta t = ۸ \text{ s}$ است. مسافت طی شده توسط متحرک در این رفت و برگشت $۱۶ + ۱۶ = ۳۲ \text{ m}$ است پس داریم:

$$S = \frac{d}{\Delta t} = \frac{۳۲}{۸} = ۴ \text{ m/s}$$

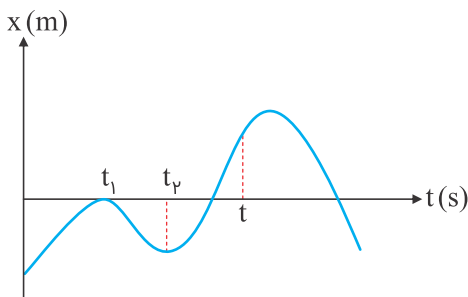
اکنون شتاب متحرک را محاسبه می‌کنیم:

$$\frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{v + v_0}{۲} \Rightarrow \frac{۱۶}{۴} = \frac{۰ + v_0}{۲} \Rightarrow v_0 = ۸ \text{ m/s}$$

$$v = at + v_0 \Rightarrow ۰ = ۴a + ۸ \Rightarrow a = -۲ \text{ m/s}^۲$$

چون شتاب حرکت ثابت است بنابراین شتاب متوسط نیز $-۲ \text{ m/s}^۲$ است.

متحرک در لحظه‌های t_1 و t_2 تغییر جهت می‌دهد. متحرک در مسیر حرکتش در مدت نشان داده شده، از مبدأ حرکتش عبور نمی‌کند.



برای محاسبه شتاب متوسط لوکوموتیو در دو ثانیه دوم حرکت، ابتدا باید سرعت لوکوموتیو را در لحظات $t_1 = 2 \text{ s}$ و $t_2 = 4 \text{ s}$ به دست آوریم. بنابراین داریم:

$$\begin{cases} t_1 = 2 \text{ s} \Rightarrow x_1 = (2 + 1)^2 = 9 \text{ m} \Rightarrow v_1 = 2\sqrt{9} = 6 \text{ m/s} \\ t_2 = 4 \text{ s} \Rightarrow x_2 = (4 + 1)^2 = 25 \text{ m} \Rightarrow v_2 = 2\sqrt{25} = 10 \text{ m/s} \end{cases}$$

حال شتاب متوسط لوکوموتیو را محاسبه می‌کنیم:

$$a_{av} = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{10 - 6}{4 - 2} = 2 \text{ m/s}^2$$

می‌توانیم حرکت را بر عکس تصور کنیم، به این صورت که متحرک با سرعت اولیه‌ای شروع به حرکت کرده (همان مجهول مسئله) و پس از ۳ ثانیه، ۲۱ متر جابه‌جا شده است. نکته مهم این است که باید توجه داشت در برعکس تصور کردن، علامت شتاب قرینه می‌شود.

$$\Delta x = \frac{1}{2}at^2 + v_0 t \Rightarrow 21 = \frac{1}{2}(-2)(3)^2 + v_0 \times 3 \Rightarrow 30 = 3v_0 \Rightarrow v_0 = 10 \text{ m/s}$$

از نمودارهای $x - t$ دو متحرک مشاهده می‌شود تقعر نمودار $x - t$ متحرک A روبه پایین است لذا شتاب حرکت آن منفی است و نیز تقعر منحنی $x - t$ متحرک B روبه بالا است در نتیجه شتاب آن مثبت است:

$$a_A = -a, \quad a_B = a$$

همچنین باتوجه به اینکه شیب خط مماس بر منحنی $x - t$ در لحظه $t = 0$ برای متحرک A مثبت و برای متحرک B منفی است؛ بنابراین سرعت اولیه متحرک A مثبت ($v_{0A} > 0$) و سرعت اولیه متحرک B منفی ($v_{0B} < 0$) است.

حال باتوجه به روابط کلی معادلات مکان-زمان و سرعت-زمان در حرکت با شتاب ثابت، معادلات حرکت این دو متحرک را می‌نویسیم:

$$x = \frac{1}{2}at^2 + vt + x_0 \Rightarrow \begin{cases} x_A = -\frac{1}{2}at^2 + v_{0A}t - \lambda \\ x_B = \frac{1}{2}at^2 - v_{0B}t + 2 \end{cases}$$

$$v = at + v_0 \Rightarrow \begin{cases} v_A = -at + v_{0A} \\ v_B = at - v_{0B} \end{cases}$$

در لحظه $t = 1 \text{ s}$ نمودارهای مکان-زمان دو متحرک بر هم مماس شده‌اند بنابراین در لحظه $t = 1 \text{ s}$ مکان‌ها و سرعت‌های دو متحرک باهم برابر هستند.

$$t = 1 \text{ s} \text{ در لحظه } \begin{cases} x_A = x_B \Rightarrow -\frac{1}{2}a + v_{0A} - \lambda = \frac{1}{2}a - v_{0B} + 2 \Rightarrow a = v_{0A} + v_{0B} - 10 & \text{(I)} \\ v_A = v_B \Rightarrow -a + v_{0A} = a - v_{0B} \Rightarrow 2a = v_{0A} + v_{0B} & \text{(II)} \end{cases}$$

$$(I), (II) \Rightarrow a = 2a - 10 \Rightarrow a = 10 \text{ m/s}^2$$

باتوجه به نمودار زیر، اندازه شتاب متوسط در ۳ ثانیه اول حرکت (۰ - ۳ s) را بر است با:

$$|a_{av}| = \left| \frac{v_3 - v_0}{t_3 - t_0} \right| = \left| \frac{m - 0}{3 - 0} \right| = \frac{m}{3}$$

از طرفی شتاب متوسط متحرک در ۳ ثانیه دوم حرکت (۳ s - ۶ s) برابر با شیب پاره خط در بازه زمانی (۳ s - ۷ s) است، بنابراین اندازه این شتاب برابر با قدر مطلق شیب پاره خط در بازه زمانی موردنظر است، پس:

$$|a'_{av}| = |\text{شیب پاره خط}| = \left| \frac{0 - 3}{7 - 3} \right| = \frac{m}{4}$$

می توان با استفاده از اطلاعات داده شده در صورت سؤال، مقدار مجهول m را به دست آورد.

$$|a_{av}| = |a'_{av}| + 1 \Rightarrow \frac{m}{3} = \frac{m}{4} + 1 \Rightarrow \frac{m}{3} - \frac{m}{4} = 1 \Rightarrow \frac{m}{12} = 1 \Rightarrow m = 12$$

حال با معلوم بودن m، مقدار جابه جایی متحرک در ۳ ثانیه اول حرکت که برابر با سطح زیر نمودار سرعت- زمان در این فاصله است، به دست می آوریم و سپس سرعت متوسط در این فاصله زمانی را محاسبه می کنیم:

$$\Delta x = s = \frac{[3 + (3 - 1)] \times 12}{2} = 30$$

$$v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{30}{3} = 10 \text{ m/s}$$

در لحظه های t_1 و t_3 سرعت صفر است، پس باید در نمودار $x - t$ این لحظه ها در قله یا دره باشند و با توجه به این که در لحظه $t = 0$ ، سرعت منفی است شیب خط مماس بر نمودار $x - t$ باید منفی باشد.

کافی است باتوجه به داده های سؤال و استفاده از معادله مستقل از شتاب، سرعت نهایی گلوله را به دست آوریم.

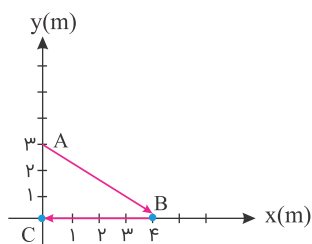
$$\Delta x = \frac{v + v_0}{2} t \Rightarrow 5 \times 10^{-2} = \frac{v + 0}{2} \times \frac{1}{0.05}$$

$$\Rightarrow 0 = v + 0 \Rightarrow v = 0$$

بنابراین گلوله ضخامت تنه درخت را طی کرده و در انتهای تنه درخت متوقف می شود.

باتوجه به رابطه $v(t) = \frac{dx(t)}{dt}$ ، سرعت متحرک در هر لحظه از حرکت، شیب خط مماس بر منحنی مکان- زمان در آن لحظه است. پس سرعت جسم از لحظه t_1 تا t_2 منفی از لحظه t_2 تا t_3 مثبت است. پس جهت سرعت ذره یک بار و در لحظه t_2 تغییر می کند.

ابتدا طول مسیر AB را به دست می‌آوریم که وتر یک مثلث قائم‌الزاویه است.



$$AB = \sqrt{3^2 + 4^2} = 5 \text{ m}$$

و طول BC نیز برابر ۴ m است پس مسافت طی‌شده برابر $5 + 4 = 9 \text{ m}$ خواهد شد. درحالی‌که اندازه جابه‌جایی فاصله A تا C یعنی ۳ m است پس داریم:

$$\text{تندی متوسط} = S_{av} = \frac{\text{مسافت کل}}{\text{زمان کل}} = \frac{9}{2+3} = 1.8 \text{ m/s}$$

$$\text{سرعت متوسط} = v_{av} = \frac{\text{جابه‌جایی کل}}{\text{زمان کل}} = \frac{3}{2+3} = 0.6 \text{ m/s}$$

$$\Rightarrow S_{av} - v_{av} = 1.2 \text{ m/s}$$

متحرک در بازه $(12 \text{ s}, 20 \text{ s})$ به صورت تندشونده در خلاف جهت محور در حال حرکت است. با استفاده از شتاب متوسط، سرعت متحرک در $t = 8 \text{ s}$ را به دست می‌آوریم. توجه کنید در این بازه، شتاب منفی است:

$$a_{av}(8 \text{ s}, 12 \text{ s}) = a_{av}(12 \text{ s}, 20 \text{ s}) \Rightarrow \frac{v_{12 \text{ s}} - v_{8 \text{ s}}}{12 - 8} = -3 \Rightarrow \frac{0 - v_{8 \text{ s}}}{4} = -3 \Rightarrow v_{8 \text{ s}} = 12 \text{ m/s}$$

شتاب متحرک در بازه $(2 \text{ s}, 8 \text{ s})$ را به دست می‌آوریم:

$$a_{av}(2 \text{ s}, 8 \text{ s}) = \frac{v_{8 \text{ s}} - v_{2 \text{ s}}}{8 - 2} = \frac{12 - 0}{8 - 2} = 2 \text{ m/s}^2$$

چون شیب نمودار در بازه $(0, 8 \text{ s})$ ثابت است، شتاب متوسط در بازه $(2 \text{ s}, 6 \text{ s})$ با شتاب متوسط در بازه $(2 \text{ s}, 8 \text{ s})$ برابر است، پس:

$$a_{av}(2 \text{ s}, 6 \text{ s}) = a_{av}(2 \text{ s}, 8 \text{ s}) \Rightarrow \frac{v_{6 \text{ s}} - 0}{6 - 2} = 2 \Rightarrow v_{6 \text{ s}} = 8 \text{ m/s}$$