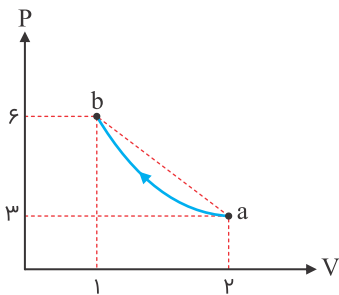


گزینه ۱

۱

فرآیند از نوع هم‌دما هست و نمودار فشار برحسب حجم آن به‌صورت زیر است:



در فرآیند هم‌دما مقدار PV ثابت است.

$$P_a V_a = P_b V_b$$

$$3 \times 2 = P_b \times 1$$

$$P_b = 6$$

می‌دانیم مساحت زیر نمودار $(P - V)$ بیانگر کار انجام‌شده روی گاز است، از نقطه a به نقطه b به‌صورت خط مستقیم وصل می‌کنیم کار انجام‌شده برای فرآیند فرضی را به دست می‌آوریم:

$$W = \frac{(3 + 6) \times 10^5 \times (1 \times 10^{-3})}{2} = 450 \text{ J}$$

باتوجه به اینکه مساحت زیر نمودار فرآیند هم‌دما کمتر از فرآیند فرضی است پس کار انجام‌شده در فرآیند هم‌دما کمتر از ۴۵۰ ژول است و می‌دانیم در فرآیند هم‌دما $\Delta U = 0$ است. پس داریم:

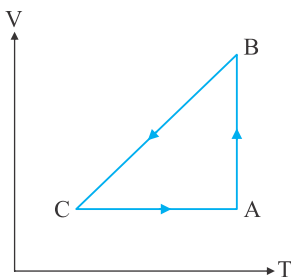
$$\Delta U = Q + W = 0 \Rightarrow Q = -W$$

پس گرمای مبادله‌شده کمتر از ۴۵۰ ژول است و در این فرآیند گاز گرما از دست داده است، در نتیجه گزینه (۱) درست است.

گزینه ۴

۲

در فرآیند BC چون فشار ثابت است و حجم گاز کاهش یافته، پس دمای آن نیز کم می‌شود. در فرآیند CA چون حجم ثابت بوده و فشار افزایش یافته پس دمای آن نیز افزایش می‌یابد.



چرخه ظاهراً به صورت دایره است، اما چون یکاها متفاوت است از فرمول بیضی برای محاسبه مساحت استفاده می‌کنیم و چون چرخه ساعتگرد است $Q = +S$

$$S = \pi ab \text{ (شعاع‌های بیضی هستند } a, b \text{)}$$

$$Q = \pi \left(\frac{6-1}{2} \right) \times (10^{-3}) \left(\frac{5-1}{2} \right) \times (10^{+5})$$

$$Q = \pi \left(\frac{5}{2} \right) \left(\frac{4}{2} \right) \times 100 \frac{\pi \approx 3}{1500} J = 1/5 kJ$$

$$T_1 = 27 + 273 = 300 K$$

$$P_1 V_1 = nRT_1 \Rightarrow 2 \times V_1 = 2 \times 8 \times 300 \Rightarrow V_1 = \frac{4800}{2} = 2400 L$$

تحلیل مرحله اول (هم‌حجم):

$$\frac{P_1}{T_1} = \frac{P_2}{T_2} \Rightarrow \frac{2}{300} = \frac{4}{T_2} \Rightarrow T_2 = 600 K$$

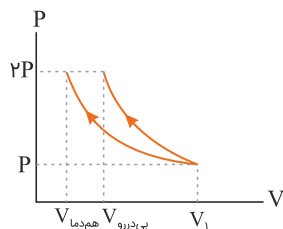
تحلیل مرحله دوم (هم‌فشار):

$$V_3 = 2 \times V_1 = 4800/2 L$$

$$\frac{V_1}{T_1} = \frac{V_2}{T_2} \Rightarrow \frac{2400/6}{300} = \frac{4800/2}{T_3} \Rightarrow T_3 = 1200 K$$

$$T_3(^{\circ}C) = T_3(K) - 273 \Rightarrow T_3(^{\circ}C) = 1200 - 273 = 927^{\circ}C$$

باتوجه به نمودار زیر که یک فرآیند بی‌دررو و هم‌دما را نشان می‌دهد، داریم:



$$\text{هم‌دما: } \frac{P_1 V_1}{T_1} = \frac{P_2 V_2}{T_2} \xrightarrow{P_1 = P_2} V_2 = \frac{1}{2} V_1$$

باتوجه به نمودار، حجم نهایی گاز در فرآیند بی‌دررو بین مقادیر V_1 و $\frac{1}{2}V_1$ است؛ بنابراین $1 < k < \frac{1}{2}$ است.

در فرآیند تراکم هم‌فشار، چون حجم گاز کاهش می‌یابد، طبق رابطه $W = -P \Delta V$ کار محیط روی گاز مثبت است. از طرفی طبق قانون گازهای کامل ($PV = nRT$) هنگامی که حجم گاز کاهش می‌یابد، در فشار ثابت، دما هم کاهش می‌یابد ($\Delta T < 0$)؛ بنابراین انرژی درونی گاز کاهش می‌یابد. طبق قانون اول ترمودینامیک:

$$\underbrace{\Delta U}_{\text{منفی}} = \underbrace{W}_{\text{مثبت}} + Q \Rightarrow \begin{cases} Q < 0 \\ |Q| > W \end{cases}$$

پس Q باید منفی باشد و مقدار آن همواره بزرگ‌تر از W است.

با استفاده از رابطه $n = \frac{m}{M}$ ، تعداد مول هر گاز را محاسبه می‌کنیم:

$$n_{O_2} = \frac{64}{32} = 2 \text{ mol}, \quad n_{N_2} = \frac{16}{28} = 0.57 \text{ mol}$$

$$n = n_{O_2} + n_{N_2} = 2 + 0.57 = 2.57 \text{ mol}$$

با استفاده از معادلهٔ حالت، فشار گاز درون مخزن را محاسبه می‌کنیم:

$$PV = nRT \xrightarrow{T=177+273=450 \text{ K}} P \times 9 \times 10^{-3} = 2.57 \times 8 \times 450$$

$$\Rightarrow P = 2 \times 10^6 \text{ Pa} = 20 \text{ atm}$$

دقت کنید که هنوز پاسخ تست تمام نشده است، چون فشارسنج‌ها، فشار پیمانه‌ای را نشان می‌دهند، در نتیجه عدد نمایش داده شده توسط فشارسنج برابر است با:

$$P_{\text{فشارسنج}} = P_{\text{پیمانه‌ای}} = P - P_0 = 20 - 1 = 19 \text{ atm}$$

دلیل برون‌سوز بودن ماشین بخار این است که گرمای Q_H از بیرون (یعنی کوره) به دستگاه داده می‌شود.

همان‌طور که می‌دانیم تغییر انرژی درونی دستگاه، تابع تغییر دمای آن است. اگر دمای دستگاه را در حالت a با T_1 و در حالت c با T_2 نشان دهیم. دستگاه در هر ۳ مسیر از دمای T_1 تا T_2 رسیده یعنی تغییر دما یکسان و در نتیجه تغییر انرژی درونی دستگاه نیز مساوی بوده و گزینهٔ ۴ صحیح است.

$$PV = nRT \Rightarrow T = \frac{PV}{nR}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} T_A = \frac{P_1 V_1}{nR} \\ T_B = \frac{P_2 V_2}{nR} = \frac{2/5 P_1 \times \frac{1}{5} V_1}{nR} = \frac{1}{5} \frac{P_1 V_1}{nR} \Rightarrow T_B = \frac{1}{5} T_A \end{cases}$$

همان‌طور که مشاهده می‌کنیم، فرآیند نمی‌تواند هم‌دما باشد چون در طی فرآیند دمای گاز کاهش یافته است. با کاهش دما انرژی درونی کاهش می‌یابد و $\Delta U < 0$ است. درعین حال چون گاز در حال تراکم است، پس $W > 0$ است. اگر فرآیندی بی‌دررو باشد ($Q = 0$)، باید $\Delta U = W$ برابر باشد که باتوجه به منفی بودن ΔU و مثبت بودن W این تساوی برقرار نیست. در نتیجه فرآیند نمی‌تواند بی‌دررو باشد بنابراین تنها این حالت ممکن است که گاز گرما از دست داده باشد.

محاسبه کار انجام شده در فرآیند ۱ به ۲ (هم حجم):

$$W_{1 \rightarrow 2} = -P_1(V_2 - V_1) = -(3 \times 10^5) \times (5 \times 10^{-3} - 2 \times 10^{-3}) = -900 \text{ J}$$

محاسبه کار انجام شده در فرآیند ۲ به ۳ (هم فشار):

$$\Delta V = 0 \Rightarrow W = 0 \text{ زیرا: } 0$$

$$W_{\text{کل}} = W_{1 \rightarrow 2} + W_{2 \rightarrow 3} = -900 \text{ J} + 0 \text{ J} = -900 \text{ J}$$

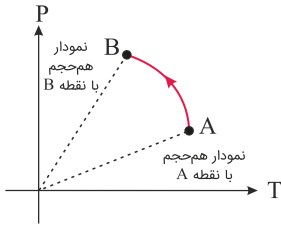
$$\Delta U_{\text{کل}} = U_3 - U_1 = 1500 \text{ J} - 1000 \text{ J} = 500 \text{ J}$$

محاسبه گرمای مبادله شده کل با استفاده از قانون اول ترمودینامیک:

$$\Delta U = Q + W \Rightarrow Q = \Delta U - W \Rightarrow Q_{\text{کل}} = 500 \text{ J} - (-900 \text{ J}) = +1400 \text{ J}$$

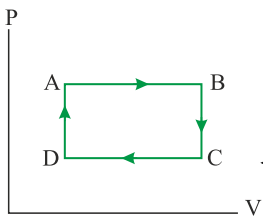
در کل این فرآیند، گاز ۱۴۰۰ J گرما مبادله کرده است. از آنجایی که مقدار Q مثبت است، گاز گرما گرفته است.

برای هر فرآیند نمودار (P - T) می‌تواند بین دو نمودار (P - T) هم‌حجم باشد؛ بنابراین نمودار هم‌حجم با A و B را رسم می‌کنیم: همان‌طور که می‌دانیم در نمودار (P - T) هم‌حجم هرچه شیب نمودار کمتر باشد، فرآیند در حجم ثابت بیشتری انجام شده است. در نتیجه در طی فرآیند از A تا B حجم گاز کاهش می‌یابد.



ابتدا نمودار P - V این چرخه را رسم می‌کنیم دقت کنید که فرآیندهای BC و DA هم‌حجم هستند. حال به بررسی موارد می‌پردازیم:

الف) چون چرخه ساعت‌گرد است؛ پس این چرخه متعلق به ماشین گرمایی است (جمله الف) درست).
 ب) در فرآیند CD حجم گاز کاهش یافته است (جمله ب) نادرست).
 پ) فرآیند BC هم‌حجم است پس کار در این فرآیند صفر است (جمله پ) درست).
 ت) مساحت زیر نمودار P - V در فرآیند AB بیشتر از فرآیند CD است بنابراین اندازه کار انجام‌شده در این فرآیند بزرگ‌تر است (جمله ت) نیز درست).



مقدار مول گاز ثابت است و تغییر نمی‌کند.

$$n_A + n_B = n_t$$

$$\frac{P_A V_A}{T_A} + \frac{P_B V_B}{T_B} = \frac{P_t V_t}{T_t}$$

$$\xrightarrow{T_A=T_B=T_t \text{ دما ثابت است}} P_A V_A + P_B V_B = P_t V_t$$

$$\Rightarrow 2(15) + 4(10) = P_t(25) \Rightarrow P_t = 2/\text{atm}$$

در نتیجه فشار ظرف A، ΔP_A / atm تغییر می‌کند.

$$\Delta P_A = P_t - P_A = 2/\text{atm} - 2 = 0/\text{atm} = 0/\text{atm} \times 10^5 \text{ pa}$$

$$\Delta P_A = 0 \text{ pa}$$

با استفاده از رابطه بازده ماشین گرمایی داریم:

$$\eta_A = \eta_B \Rightarrow \frac{W_A}{Q_{H_A}} = \frac{W_B}{Q_{H_B}}$$

$$\Rightarrow \frac{2500}{5000} = \frac{W_B}{2500} \Rightarrow W_B = 625 \text{ J}$$

$$|Q_{L_B}| = Q_{H_B} - |W_B| \Rightarrow |Q_{L_B}| = 2000 - 625 = 1375 \text{ J}$$

انرژی درونی گاز بستگی به دمای گاز و تعداد ذرات گاز دارد.

$$P_1 = 5 \text{ atm} \quad P_2 = 2 \text{ atm} \quad n_2 = \frac{1}{2} n_1$$

$$\frac{P_1 V_1}{n_1 T_1} = \frac{P_2 V_2}{n_2 T_2} \xrightarrow{V_1=V_2} \frac{5}{n_1 T_1} = \frac{2}{\frac{1}{2} n_1 T_2} \Rightarrow T_2 = \frac{4}{5} T_1$$

$$\frac{U_2}{U_1} = \frac{n_2}{n_1} \times \frac{T_2}{T_1} = \frac{1}{2} \times \frac{4}{5} = \frac{2}{5}$$

پس انرژی درونی $\frac{2}{5}$ برابر شده و در نتیجه ۶۰ درصد کاهش می‌یابد.

وقتی گاز فشرده می‌شود، حجم آن کاهش می‌یابد. در این حالت، محیط بر گاز کار انجام می‌دهد ($W < 0$) در فرایند بی‌دررو:

$$\Delta U = Q + W \xrightarrow{Q=0} \Delta U = +W$$

ما می‌دانیم که در تراکم، $W > 0$ است. بنابراین $\Delta U > 0$. افزایش انرژی درونی به معنای افزایش دمای گاز است.

انرژی درونی فقط به حالت دستگاه ربط دارد و تغییرات آن تنها وابسته به نقطه اولیه و ثانویه دستگاه و مستقل از مسیر فرایند است.

$$\Delta U_1 = \Delta U_3 \Rightarrow Q_1 + W_1 = Q_3 + W_3$$

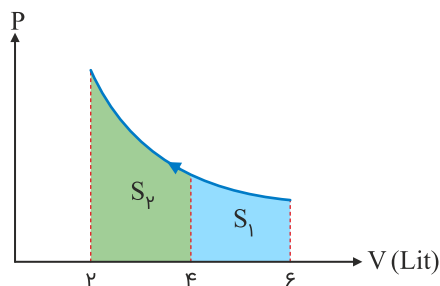
$$1500 - 1200 = 1400 + W_3 \Rightarrow W_3 = -1100$$

مساحت زیر نمودار ۲، نصف مساحت‌های زیر نمودارهای ۱ و ۳ است.

$$S_2 = \frac{S_1 + S_3}{2} \Rightarrow |W_2| = \frac{|W_1| + |W_3|}{2} = \frac{1200 + 1100}{2} = 1150 \text{ J}$$

$$\xrightarrow{W_2 < 0} W_2 = -1150 \text{ J}$$

W_2 کار انجام‌شده توسط محیط روی دستگاه است و کار انجام‌شده توسط دستگاه $1150 \text{ J} +$ خواهد بود.



$$S_2 > S_1 \Rightarrow |W_2| > |W_1| \xrightarrow{W > 0} W_2 > W_1$$

$$\Delta U = W + \dot{Q} \Rightarrow \Delta U_2 > \Delta U_1$$

ابتدا مول و جرم گاز هلیوم را به دست می‌آوریم:

$$PV = nRT \Rightarrow 20 \times 10^5 \times 60 \times 10^{-3} = n \times 8 \times (27 + 273) \Rightarrow n = 50 \text{ mol}$$

$$n = \frac{m}{M} \Rightarrow 50 = \frac{m}{4} \Rightarrow M = 200 \text{ g}$$

حالا با تبدیل این گاز به مایع، جرم مایع برابر ۲۰۰ g باقی می‌ماند. پس حجم مایع برابر است با:

$$\rho = \frac{m}{V} \Rightarrow 1/25 \times 10^3 = \frac{20}{V} \Rightarrow V = 16 \times 10^{-6} \text{ m}^3 = 1/6 \text{ L}$$

تحلیل گزینه "۳" و "۴": تغییر انرژی درونی به مسیر فرآیند وابسته نیست و فقط به نقطهٔ ابتدا و انتهای فرایند بستگی دارد. پس چون سه فرآیند، نقطهٔ ابتدا و انتهایی یکسانی دارد، تغییر انرژی درونی‌شان هم یکسان می‌شود و ازطرفی $P_f V_f > P_i V_i$ پس انرژی درونی هر سه فرآیند افزایش یافته است.

$$\Delta U_a = \Delta U_b = \Delta U_c > 0$$

تحلیل گزینه "۱" و "۲": هر سه فرآیند انبساطی بوده و باتوجه به مساحت زیر نمودار $P - V$ داریم:

$$|W_c| > |W_B| > |W_a| \xrightarrow{W < 0} W_C < W_b < W_a < 0$$

$$\Delta U_a = \Delta U_b = \Delta U_c \Rightarrow Q_a + W_a = Q_b + W_b = Q_c + W_c$$

$$\xrightarrow{W_c < W_b < W_a} Q_c > Q_b > Q_a > 0$$

$$T_1 = 27 + 273 = 300 \text{ K}$$

$$P_1 = \frac{1}{4} P_0$$

جرم اولیه گاز متان را حساب می‌کنیم.

$$m_1 = 3 \times 16 = 48 \text{ g}$$

$$\frac{1}{4} \times 48 = 12 \text{ g} = \text{جرم متان خارج شده}$$

$$24 \text{ g} = \text{جرم متان خارج شده} = \text{جرم هیدروژن اضافه شده}$$

تعداد مول متان باقی‌مانده:

$$48 - 24 = 24 \text{ g}$$

$$n_{\text{CH}_4, \text{ باقی مانده}} = \frac{24}{16} = 1.5 \text{ mol}$$

$$n_{\text{H}_2, \text{ اضافه شده}} = \frac{24}{2} = 12 \text{ mol}$$

تعداد کل مول‌های گاز در حالت نهایی (n_2):

$$n_2 = 1.5 + 12 = 13.5 \text{ mol}$$

$$T_2 = 27 + 273 = 300 \text{ K}$$

چون حجم مخزن ثابت است، از رابطه زیر استفاده می‌کنیم:

$$\frac{P_1}{n_1 T_1} = \frac{P_2}{n_2 T_2} \Rightarrow \frac{\frac{1}{4} P_0}{3 \times 300} = \frac{P_2}{13.5 \times 300} \Rightarrow \frac{P_2}{P_0} = \frac{13.5}{12} = \frac{9}{8}$$

$$\Rightarrow P_2 = 1.125 P_0$$

$$P_{\text{پیمانه‌ای}} = P_2 - P_0 \Rightarrow P_{\text{پیمانه‌ای}} = 1.125 P_0 - P_0 = 0.125 P_0$$

$$\frac{P_{\text{پیمانه‌ای}}}{P_0} = \frac{0.125 P_0}{P_0} = 0.125$$

در فرآیند هم‌حجم AB، گاز گرما گرفته، پس Q_{AB} مثبت است:

$$Q_{AB} = +700 \text{ J}$$

در فرآیند بی‌درروی BC، گاز با محیط تبادل گرما ندارد:

$$Q_{BC} = 0$$

در فرآیند هم‌دماي CA، گاز گرما از دست داده، پس Q_{CA} منفی است:

$$Q_{CA} = -500 \text{ J}$$

گرمای کل مبادله‌شده بین گاز و محیط در طی چرخه برابر است با:

$$Q_T = Q_{AB} + Q_{BC} + Q_{CA} = 700 + 0 + (-500) = 200 \text{ J}$$

تغییر انرژی درونی گاز در یک چرخه صفر است؛ بنابراین:

$$\Delta U = Q_T + W_T = 0 \Rightarrow W_T + 200 = 0 \Rightarrow W_T = -200 \text{ J}$$

$$Q = +mL_f = \frac{250}{1000} \times 336 = 84 \text{ kJ}$$

: گرمایی که یخ برای ذوب می‌گیرد

یخ ذوب می‌شود پس حجم آن کم شده است پس کار انجام‌شده روی آن مثبت است.

$$\Delta U = Q + W \xrightarrow[W > 0]{Q = 84 \text{ kJ}} \Delta U > 84 \text{ kJ}$$

$$P = a\rho \Rightarrow P = a\rho (I)$$

$$PV = nRT = \frac{m}{M}RT \Rightarrow P = \frac{m}{MV}RT$$

$$P = \frac{\rho RT}{M} \left. \vphantom{P = \frac{\rho RT}{M}} \right\} (I) \Rightarrow a\rho = \frac{\rho RT}{M} \Rightarrow T = \frac{aM}{R} = \text{ثابت}$$

$$PV = \underbrace{nRT}_{\text{ثابت}} \Rightarrow \underbrace{P \times V}_{\text{مطابق با نمودار گزینه ۴}} = \text{ثابت} \leftarrow \text{دما ثابت بوده است}$$

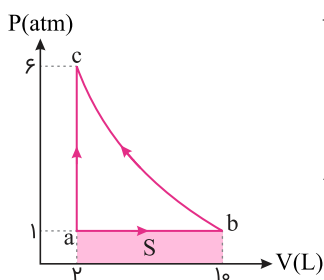
$$P_a V_a = nRT_a \Rightarrow 1 \times 10^5 \times 2 \times 10^{-3} = 0/1 \times 8 \times T_a \Rightarrow T_a = 250 \text{ K}$$

فرآیند ab یک فرآیند انبساطی است و کار محیط در این فرآیند برابر است با:

$$W_{ab} = -S \Rightarrow W_{ab} = -(1 \times 10^5 \times (10 - 2) \times 10^{-3}) = -800 \text{ J}$$

فرآیند ca یک فرآیند هم‌حجم است و $W_{ca} = 0$ است. همچنین، چون فرآیند bc، بی‌دررو است، Q_{bc} صفر است. تغییر انرژی درونی در یک چرخه صفر است و داریم:

$$\Delta U_{abc} = 0 \Rightarrow Q_{cab} + Q_{bc} + W_{ca} + W_{ab} + W_{bc} = 0 \Rightarrow Q_{cab} - 800 + 300 = 0 \Rightarrow Q_{cab} = 500 \text{ J}$$



گام اول: با توجه به این که فرایند bc همدماست، برای یافتن حجم گاز در حالت b می توان نوشت:

$$P_b V_b = P_c V_c \Rightarrow V_b = \frac{1 \times 10^5}{2 \times 10^5} = 0.5 L$$

گام دوم: کار در فرایند ab را حساب می کنیم. می دانیم در نمودار $P - V$ مساحت محصور نمودار با محور V برابر کار انجام شده است.

$$W_{ab} = -P \Delta V = -2 \times 10^5 \times 2 \times 10^{-3} \Rightarrow W_{ab} = -400 J$$

گام سوم: از قانون اول ترمودینامیک استفاده می کنیم تا تغییر انرژی درونی گاز را از a تا c حساب کنیم:

$$\Delta U_{abc} = \Delta U_{ab} + \Delta U_{bc} \xrightarrow{\Delta U_{bc}=0} \Delta U_{abc} = Q_{ab} + W_{ab}$$

$$\xrightarrow{Q_{ab}>0} \Delta U_{abc} = 500 + (-400) = 100 J$$

$$\left. \begin{array}{l} P_i V_i = P_1 V_1 \\ P_f V_f = 3P_1 \times 0.3V_1 \end{array} \right\} \Rightarrow P_i V_i = P_f V_f \Rightarrow \text{هم دما نیست}$$

در تراکم بی دررو دما زیاد می شود ولی اینجا $P_f V_f < P_i V_i \Rightarrow T_f < T_i$ پس بی دررو نیست.

$$Q = \underbrace{\Delta U}_{-} - \underbrace{W}_{+} \Rightarrow \begin{cases} W > 0 \Rightarrow \text{کار انجام شده روی گاز مثبت است} \\ \Delta U < 0 : T_f < T_i \text{ است پس} \end{cases}$$

$\Rightarrow Q < 0 \Rightarrow$ گاز گرما از دست داده است

گام اول: از قانون اول ترمودینامیک یعنی $\Delta U = Q + W$ استفاده می کنیم و انرژی درونی گاز در پایان فرایند را حساب می کنیم:

$$U_2 - U_1 = Q + W$$

چون کار گاز $500 J$ است، پس $W = -500 J$ می باشد و چون گاز به محیط گرما داده است، $Q = -300 J$ است.

$$U_2 - 1600 = -300 - 500 \Rightarrow U_2 = 800 J$$

گام دوم: چون انرژی درونی گاز آرمانی متناسب با دمای گاز (برحسب کلوین) است، می توان نوشت:

$$\frac{U_2}{U_1} = \frac{T_2}{T_1} \Rightarrow \frac{800}{1600} = \frac{T_2}{T_1} \Rightarrow \frac{T_2}{T_1} = \frac{1}{2}$$

برای مقایسه فشارهای نهایی در دو فرآیند، هر کدام را جداگانه بررسی می کنیم:

در فرآیند هم دما، دما ثابت است. داریم:

$$P_1 V_1 = P_2 V_2 \xrightarrow{V_2=2V_1} P_2 = \frac{P_1 V_1}{2V_1} = \frac{1}{2} P_1$$

در فرآیند هم فشار، فشار ثابت می ماند. یعنی: $P_2' = P_1$

بنابراین:

$$P_2' > P_2$$