

گزینه ۱

۱

$$v = t^3 - 4t^2 + 4t = t(t^2 - 4t + 4) = t(t - 2)^2$$

متحرک زمانی تغییر جهت می‌دهد که معادله  $v$  تغییر علامت دهد. در فیزیک ما همگی معادلات را در  $t$  های مثبت بررسی می‌کنیم. این معادله در  $t$  های مثبت همیشه مثبت است. پس متحرک تغییر جهت نمی‌دهد. بنابراین مسافت طی شده آن با اندازه جابه‌جایی برابر است. اگر متحرک تغییر جهت ندهد بردار سرعت آن هم تغییر جهت نمی‌دهد.

$$\begin{aligned} t_1 = 0 &\Rightarrow v_1 = 0 \\ t_2 = 2 &\Rightarrow v_2 = 0 \Rightarrow a_{av} = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{0}{2} = 0 \end{aligned}$$

در دو ثانیه دوم (۲، ۴) اندازه سرعت زیاد می‌شود پس حرکت تندشونده است.

گزینه ۲

۲

گام اول: حرکت هر دو متحرک یکنواخت و با سرعت ثابت است. از معادله حرکت یکنواخت یعنی  $x = vt + x_0$  استفاده می‌کنیم و برای هر متحرک داریم:

$$\text{موتور: } x_m = -10t + 50$$

$$\text{اتومبیل: } x_c = 15t - 150$$

گام دوم: در لحظه‌ای که دو متحرک به هم می‌رسند، باید مکان یکسان داشته باشند:

$$x_m = x_c \Rightarrow -10t + 50 = 15t - 150 \Rightarrow t = 8 \text{ s}$$

گام سوم: اکنون مدت زمان حرکت موتورسوار را که در مکان منفی بوده است را حساب می‌کنیم، اگر معادله  $x_m = -10t + 50$  را تعیین علامت کنیم، به ازای  $t > 5 \text{ s}$ ،  $x_m$  منفی خواهد بود.

|       |   |   |   |
|-------|---|---|---|
| t     |   | ۵ |   |
| $x_m$ | + | ۰ | - |

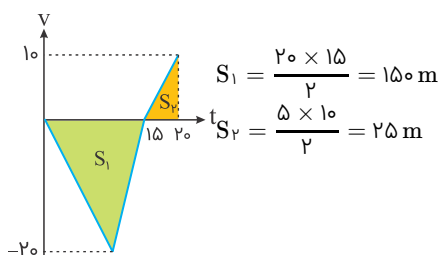
گام چهارم: پس می‌توان دریافت تا قبل از رسیدن دو متحرک، موتورسوار مدت ۳ ثانیه (در بازه  $t = 5$  تا  $t = 8$  ثانیه) در مکان منفی است و مسافتی که در این مدت طی می‌کند را حساب می‌کنیم:

$$\Delta x = vt = 10 \times 3 = 30 \text{ m}$$

گزینه ۲

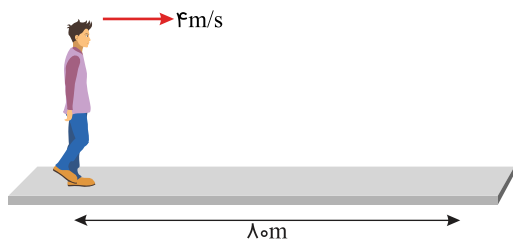
۳

می‌دانیم مساحت زیر نمودار  $v - t$  برابر  $\Delta x$  می‌باشد.



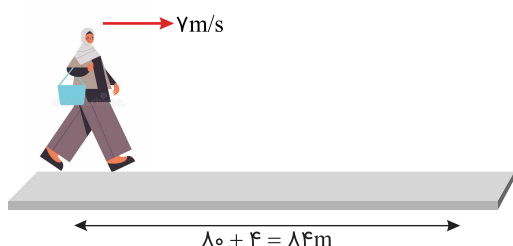
پس بیشترین فاصله متحرک از مبدأ در  $t = 15 \text{ s}$  می‌باشد و برابر  $150 \text{ m}$  است.

ابتدا مدت زمانی که طول می کشد علی به انتهای مسیر برسد را به دست می آوریم:



$$\Delta x = vt_{\text{علی}} \Rightarrow 10 = 5t_{\text{علی}} \Rightarrow t_{\text{علی}} = 2 \text{ s}$$

حال مدت زمانی که فاطمه به پایان خط می رسد را حساب می کنیم:



$$\Delta x = vt_{\text{فاطمه}} \Rightarrow 14 = 7t_{\text{فاطمه}} \Rightarrow t_{\text{فاطمه}} = 2 \text{ s}$$

برای آنکه هر دو باهم به مقصد برسند باید هر دو در لحظه  $t = 2 \text{ s}$  به خط پایان رسیده باشند و باید فاطمه  $4 \text{ s}$  با تأخیر حرکت خود را شروع کند.

برای پاسخ دادن ابتدا باید نیروی بیشینه اصطکاک ایستایی را محاسبه کنیم:

$$f_{s \max} = \mu_s \times N \Rightarrow f_{s \max} = 0.7 \times 20 = 14 \text{ N}$$

ملاحظه می شود که وقتی  $F$  به  $14$  نیوتون برسد جسم شروع به حرکت می کند؛ پس در ابتدا ساکن بوده و گزینه ۱ و ۳ نادرست اند.

حال به بررسی گزینه ۴ و ۲ می پردازیم؛ اگر جسم بعد از اینکه شروع به حرکت کرد در شرایطی قرار بگیرد که نیروی اصطکاک جنبشی آن بیشتر از نیروی اعمالی باشد، آنگاه شتاب کاهشی به خود می گیرد و پس از مدتی از حرکت می ایستد؛ پس برای این موضوع ابتدا نیروی اصطکاک جنبشی را محاسبه می کنیم؛ همان طور که مشاهده می شود بعد از به حرکت درآمدن جسم حداکثر نیروی اعمالی تا  $10$  نیوتون کاهش پیدا می کند که از  $6 \text{ N}$  بیشتر است؛ بنابراین جسم از حرکت باز نمی ایستد و گزینه ۲ نیز رد می شود.

$$f_k = \mu_k \times N \Rightarrow f_k = 0.3 \times 20 = 6 \text{ N}$$

هر چقدر از سطح زمین دور شویم، نیروی وزن اجسام کاهش می یابد و این موضوع وابسته به مشخصات جسم و یا نوع حرکت آن نیست. بنابراین اگر جسمی از سطح زمین فاصله بگیرد، با هر جرم و نوع حرکت جسم، وزن آن شروع به کم شدن خواهد کرد.

ابتدا لحظات تغییر جهت را به دست می‌آوریم و جدول تعیین علامت  $v$  را رسم می‌کنیم:

$$v = 0 \Rightarrow 3t^2 - 9t + 6 = 0 \Rightarrow t = 1s, \quad t = 2s$$

| $t$ |  | 1s |   | 2s |  |
|-----|--|----|---|----|--|
| $v$ |  | +  | - | +  |  |

بنابراین  $t = 1s$  و  $t = 2s$  لحظات تغییر جهت هستند.

حال مسافت طی شده را در بازه‌های زمانی قبل، بین و بعد از لحظات تغییر جهت متحرک محاسبه و باهم جمع می‌کنیم:

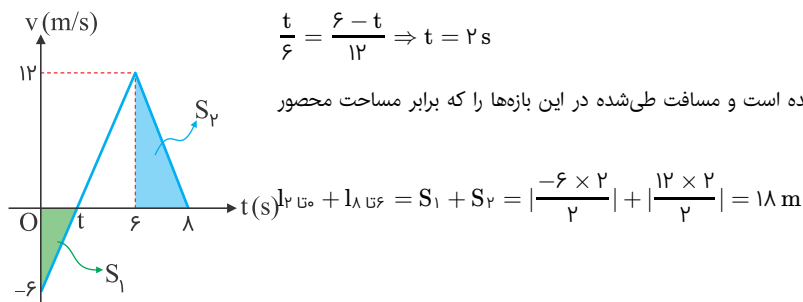
$$\ell = |\Delta x_{(0,1s)}| + |\Delta x_{(1s,2s)}| + |\Delta x_{(2s,3s)}|$$

$$\ell = |\omega/5 - 3| + |\omega - \omega/5| + |7/5 - \omega| = 2/5 + 0/5 + 2/5 = \omega/5 m$$

گام اول: از تشابه دو مثلث با قاعده‌های (صفر تا  $t$ ) و ( $t$  تا ۶) ثانیه می‌توان  $t$  را حساب کرد:

$$\frac{t}{6} = \frac{6-t}{12} \Rightarrow t = 2s$$

گام دوم: در بازه زمانی صفر تا  $t = 2s$  و ۶ تا ۸ ثانیه، حرکت جسم کندشونده است و مسافت طی‌شده در این بازه‌ها را که برابر مساحت محصور نمودار با محور  $t$  است، حساب می‌کنیم:



طول مسیر را  $\Delta x$  در نظر می‌گیریم. ابتدا مدت‌زمان رسیدن دو متحرک به انتهای دیگر مسیر و اختلاف زمان آن‌ها ( $\Delta x$ ) را به دست می‌آوریم:

$$v = \frac{\Delta x}{\Delta t} \Rightarrow \begin{cases} \omega = \frac{\Delta x}{t_A} \Rightarrow t_A = \frac{\Delta x}{\omega} \\ \varphi = \frac{\Delta x}{t_B} \Rightarrow t_B = \frac{\Delta x}{\varphi} \end{cases} \Rightarrow \Delta t = t_B - t_A = \frac{\Delta x}{\varphi}$$

لحظه‌ای که دو متحرک به هم می‌رسند ( $t'$ ) را به دست می‌آوریم. در لحظه‌ای که دو متحرک به هم می‌رسند، مجموع مسافت طی‌شده آن‌ها برابر  $\Delta x$  است؛ پس:

$$V_A = \omega m/s, \quad V_B = \varphi m/s, \quad \ell_A + \ell_B = \Delta x \Rightarrow \omega t' + \varphi t' = \Delta x \Rightarrow t' = \frac{\Delta x}{\varphi}$$

حالا اختلاف مسافت دو متحرک را به دست می‌آوریم:

$$\ell_A - \ell_B = \omega t' - \varphi t' = t' = \frac{\Delta x}{\varphi} \xrightarrow{\Delta x = \varphi \Delta t} t' = \frac{\varphi}{\varphi} \Delta t$$

اگر مدتی را که نمودار بالای محور  $t$  است،  $\Delta t$  در نظر بگیریم باتوجه به این که مساحت محصور نمودار با محور  $t$  برابر مسافت طی شده است تندی متوسط را به صورت زیر حساب می‌کنیم:

$$S_{av} = \frac{\frac{10 \times \Delta t}{2}}{\Delta t} = \omega m/s$$

سرعت اولیه توپ  $10 \text{ m/s}$  به سمت پایین و سرعت ثانویه آن  $6 \text{ m/s}$  به سمت بالا است پس سرعت اولیه  $-10 \text{ m/s}$  و سرعت ثانویه  $6 \text{ m/s}$  است:

$$a_{av} = \frac{\Delta v}{\Delta t} \Rightarrow a_{av} = \frac{6 - (-10)}{5} = \frac{16}{5} = 3.2 \text{ m/s}^2$$

چون جسم با سرعت ثابت حرکت می‌کند، شتاب آن صفر بوده و نیروهای وارد بر آن متوازن هستند. بنابراین نیروی شناوری برابر با نیروی وزن و نیروی پیشران برابر با نیروی مقاومت

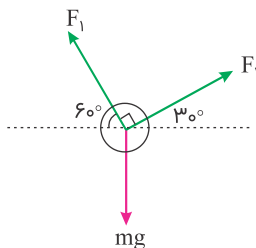
$$\mu_s(mg - F_v) = F_1$$

$$0.5(50 - \frac{t}{2}) = 6t \Rightarrow 50 - \frac{t}{2} = 12t \Rightarrow 50 = 12t + \frac{t}{2} \Rightarrow 50 = \frac{25t}{2} \Rightarrow t = 4 \text{ s}$$

چون جسم با سرعت ثابت حرکت می‌کند، شتاب آن صفر بوده و نیروهای وارد بر آن متوازن هستند. بنابراین نیروی شناوری برابر با نیروی وزن و نیروی پیشران برابر با نیروی مقاومت است. (نادرست بودن گزینه ۱)

طبق قانون سوم نیوتون عکس‌العمل هر نیرو، توسط عاملی وارد می‌شود که نیرو بر آن وارد شده است و این یعنی نیروی مقاومت واکنش نیرویی است که قایق به آب وارد می‌کند (نادرست بودن گزینه ۲) و نیروی شناوری نیز واکنش نیرویی است که قایق به آب وارد می‌کند (نادرست بودن گزینه ۴).  
همچنین چون نیروی شناوری را آب بر قایق وارد کرده است، در نتیجه واکنش آن از طرف قایق بر آب وارد می‌شود.

چون جسم در حالت تعادل است بنابراین برآیند نیروها در راستاهای مختلف باید صفر شود:



$$F_v \cos 30^\circ - F_1 \cos 60^\circ = 0 \Rightarrow \frac{F_v}{F_1} = \frac{\cos 60^\circ}{\cos 30^\circ} = \frac{1/2}{\sqrt{3}/2} = \frac{1}{\sqrt{3}}$$

$$\Rightarrow \frac{F_v}{F_1} = \frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{3}$$

شتاب حرکت اسکیت‌بازها را حساب می‌کنیم:

$$a_1 = \frac{T}{m_1} = \frac{120 \text{ N}}{60 \text{ kg}} = 2 \text{ m/s}^2, a_v = \frac{T}{m_v} = \frac{120 \text{ N}}{40 \text{ kg}} = 3 \text{ m/s}^2$$

آنها وقتی به هم می‌رسند که مجموع بزرگی جابه‌جایی آنها برابر با  $10 \text{ m}$  شود.

$$|\Delta x_1| = \frac{1}{2} a_1 t^2 = t^2, |\Delta x_v| = \frac{1}{2} a_v t^2 = 1.5 t^2$$

$$\Rightarrow |\Delta x_1| + |\Delta x_v| = 2.5 t^2 = 10 \text{ m} \Rightarrow t^2 = 4 \Rightarrow t = 2 \text{ s}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} v_1 = a_1 t = 2 \times 2 = 4 \text{ m/s} \Rightarrow K_1 = \frac{1}{2} m_1 v_1^2 = \frac{1}{2} \times 60 \times 4^2 = 480 \text{ J} \\ v_v = a_v t = 3 \times 2 = 6 \text{ m/s} \Rightarrow K_v = \frac{1}{2} m_v v_v^2 = \frac{1}{2} \times 40 \times 6^2 = 720 \text{ J} \end{array} \right.$$

$$\Rightarrow K_1 + K_v = 480 + 720 = 1200 \text{ J}$$

توجه: با کمک قضیه کار و انرژی می‌توان در راه‌حلی بسیار کوتاه‌تر به پاسخ مسئله رسید.

$$\Delta K_1 = W_1 = F_1 d_1 = T d_1 \Rightarrow K_v = T d_1 \quad (1)$$

$$\Delta K_v = W_v = F_v d_1 = T d_v \Rightarrow K_v = T d_v \quad (2)$$

$$K_1 + K_v = T(d_1 + d_v) = T d = 120(10) = 1200 \text{ J}$$

گام اول: ابتدا شکلی از مسئله رسم می‌کنیم:



مسافتی که هریک از دو اتومبیل طی می‌کنند تا متوقف شوند را به دست می‌آوریم. با استفاده از معادله مستقل از زمان، داریم:

$$\begin{aligned} A : v^2 - v_0^2 &= 2a\Delta x \Rightarrow 0 - (20)^2 = 2(-2)\Delta x_A \Rightarrow \Delta x_A = 100 \text{ m} \\ B : v^2 - v_0^2 &= 2a\Delta x \Rightarrow 0 - (10)^2 = 2(+2)\Delta x_B \Rightarrow |\Delta x_B| = 25 \text{ m} \end{aligned}$$

بنابراین مجموع مسافت‌هایی که دو اتومبیل طی می‌کنند تا متوقف شوند بیشتر از ۱۱۶ متر است و دو اتومبیل به یکدیگر برخورد می‌کنند.

اتومبیل B در مدت  $t = \frac{|v_0|}{|a|} = \left| \frac{10}{2} \right| = 5 \text{ s}$  متوقف می‌شود. در این مدت مجموع جابجایی دو اتومبیل برابر است با:

$$\begin{cases} \Delta x_A = -t^2 + 20t \xrightarrow{t=5\text{s}} \Delta x_A = -5^2 + 20(5) = 75 \text{ m} \\ \Delta x_B = +t^2 - 10t \xrightarrow{t=5\text{s}} |\Delta x_B| = \left| +(5)^2 - 10(5) \right| = 25 \text{ m} \end{cases}$$

پس از توقف اتومبیل B فاصله بین دو اتومبیل به  $16 \text{ m} - (75 + 25) = 16 \text{ m}$  می‌رسد و اتومبیل A این فاصله ۱۶ متری را به‌تنهایی طی می‌کند تا به اتومبیل B برخورد کند. بنابراین کل مسافتی که اتومبیل A طی می‌کند برابر  $75 + 16 = 91 \text{ m}$  است و سرعت متحرک A پس از طی این مسافت یعنی در لحظه برخورد به اتومبیل B برابر است با:

$$v^2 - v_0^2 = 2a\Delta x_A \Rightarrow v^2 - 20^2 = 2(-2)(91) \Rightarrow v^2 = 36 \text{ m/s} \Rightarrow v = 6 \text{ m/s}$$

گزاره الف) در غیاب مقاومت هوا، هیچ نیرویی در راستای افق بر توپ وارد نمی‌شود، پس شتاب افقی صفر و در نتیجه سرعت افقی ثابت است. (درست)

گزاره ب) در نقطه اوج، جهت حرکت پرتابه برای لحظه‌ای افقی می‌شود، پس مؤلفه قائم سرعت صفر است. اما نیروی گرانش همچنان وارد می‌شود، پس شتاب قائم (و کل شتاب) برابر  $g$  و به سمت پایین است و صفر نیست. (درست)

گزاره پ) چون نقطه پرتاب و برخورد هم‌تراز هستند و مقاومت هوا ناچیز است، طبق پایداری انرژی مکانیکی (یا از روی تقارن حرکت)، تندی توپ در این دو نقطه یکسان است. بنابراین انرژی جنبشی  $(K = \frac{1}{2}mv^2)$  نیز یکسان خواهد بود. (درست)

گزاره ت) به دلیل تقارن مسیر سهموی (در غیاب مقاومت هوا و برای سطوح هم‌تراز پرتاب و فرود)، زمانی که طول می‌کشد تا توپ به اوج برسد، برابر با زمانی است که طول می‌کشد از اوج به نقطه هم‌تراز با پرتاب فرود آید. پس زمان رسیدن به اوج، نصف کل زمان پرواز است. (درست)

شیب خطوط در هر بازه برابر سرعت متوسط در آن بازه است. با استفاده از رابطه سرعت متوسط، جابجایی هر بازه را به دست می‌آوریم:

$$v_{av(o,t_1)} = k_1 \Rightarrow k_1 = \frac{\Delta x_1}{t} \Rightarrow \Delta x_1 = k_1 t \xrightarrow{\Delta x_1 < o} \ell_1 = -k_1 t$$

$$v_{av(t_1, \frac{3}{2}t_1)} = k_2 \Rightarrow k_2 = \frac{\Delta x_2}{\frac{3}{2}t} \Rightarrow \Delta x_2 = \frac{k_2 t}{\frac{3}{2}} \xrightarrow{\Delta x_2 > o} \ell_2 = \frac{k_2 t}{\frac{3}{2}}$$

حالا تندی متوسط در بازه  $(o, \frac{3}{2}t)$  را به دست می‌آوریم:

$$s_{av} = \frac{\ell_1 + \ell_2}{\frac{3}{2}t} = \frac{-k_1 t + \frac{k_2 t}{\frac{3}{2}}}{\frac{3}{2}t} = \frac{-2k_1 + k_2}{3}$$

باتوجه به اینکه حرکت شتاب ثابت است، نسبت سرعت متوسط در دو بازه  $(o, t)$  و  $(t, \frac{3}{2}t)$  برابر است با:

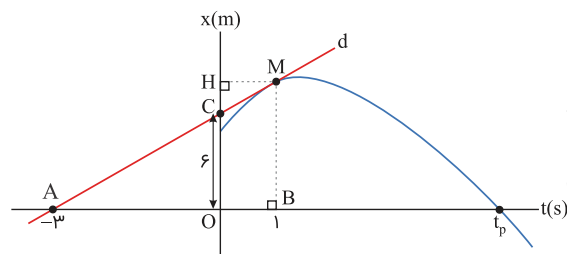
$$\begin{cases} v_{t=o} \Rightarrow v_{av(o,t)} = v_{\frac{1}{2}} = -a(\frac{t}{\frac{1}{2}}) = k_1 \\ v_{av(t, \frac{3}{2}t)} = v_{\frac{5}{6}} = a(\frac{t}{\frac{1}{6}}) = k_2 \end{cases}$$

$$\frac{k_1}{k_2} = \frac{-a(\frac{t}{\frac{1}{2}})}{a(\frac{t}{\frac{1}{6}})} = -2$$

با جایگذاری  $k_1 = -2k_2$  در رابطه  $s_{av}$  داریم:

$$s_{av} = \frac{-2k_1 + k_2}{3} = \frac{4k_2 + k_2}{3} = \frac{5}{3}k_2$$

گام اول: سرعت متحرک در لحظه  $t = 1s$  برابر است با شیب خط مماس بر نمودار مکان-زمان در لحظه  $t = 1s$ . بنابراین:



$$v_1 = d \text{ شیب خط } = \frac{\overline{OC}}{\overline{OA}} = \frac{6}{3} = 2 \text{ m/s}$$

دقت کنید که محل برخورد خط  $d$  با محور زمان یعنی نقطه  $A$ ، لحظه  $t = -3s$  است (!!!؟): اگرچه زمان منفی، معنی ندارد اما برای محاسبه شیب خط، استفاده از آن اشکالی ندارد.

گام دوم: برای محاسبه سرعت متوسط متحرک بین دو لحظه  $t = 1s$  و  $t = t_p$  لازم است تا مکان متحرک را در لحظه  $t = 1s$  محاسبه کنیم یعنی اندازه  $\overline{OH}$ : با نوشتن رابطه تشابه بین دو مثلث  $\triangle AOC$  و  $\triangle ABM$  داریم:

$$\frac{\overline{OC}}{\overline{BM}} = \frac{\overline{OA}}{\overline{AB}} \Rightarrow \frac{6}{\overline{BM}} = \frac{3}{3+1} \Rightarrow \frac{6}{\overline{BM}} = \frac{3}{4} \Rightarrow \overline{BM} = 8 \text{ m} \Rightarrow \overline{OH} = 8 \text{ m}$$

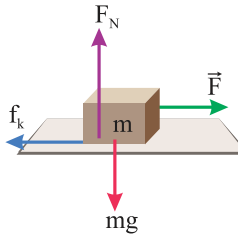
$$v_{av(1, t_p)} = \frac{x_P - x_M}{t_P - 1} = \frac{0 - 8}{t_P - 1} \Rightarrow |v_{av(1, t_p)}| = \frac{8}{t_P - 1}$$

گام سوم: سرعت متحرک در لحظه  $t = 1s$  با اندازه سرعت متوسط بین دو لحظه  $t = 1s$  و  $t = t_p$  برابر است، پس:

$$v_1 = |v_{av(1, t_p)}| \Rightarrow 2 = \frac{8}{t_P - 1} \Rightarrow t_P - 1 = 4 \Rightarrow t_P = 5s$$

ابتدا نیروهای وارد بر جسم را رسم می‌کنیم:

باتوجه به اینکه جسم در راستای قائم شتابی ندارد،  $F_N = mg$  است. در راستای افقی باتوجه به قانون دوم نیوتن، داریم:

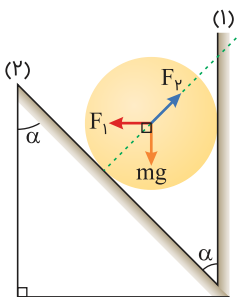


$$F - f_k = ma \Rightarrow F - \mu_k F_N = ma \xrightarrow{F_N = mg} F - \mu_k mg = ma$$

$$\begin{cases} 10 - \mu_k \times m \times 10 = m(2/5) \\ 10 - \mu_k \times m \times 10 = m(5) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \mu_k = 0.25 \\ m = 2 \text{ kg} \end{cases}$$

با جایگذاری اعداد داده شده در جدول آزمایش در رابطه بالا،  $\mu_k$  را به دست می‌آوریم:

با رسم نیروهای وارده بر گره یعنی نیروی عمودی سطح  $F_1$ ، نیروی عمودی سطح  $F_2$  و وزن متوجه می‌شویم که نیروهای  $F_1$  و  $mg$  برهم عمودند و برای آنکه جسم در حالت تعادل باشد باید برآیند آن‌ها با نیروی  $F_2$  برابر باشد، پس داریم:



$$F_2 = \sqrt{F_1^2 + (mg)^2} \Rightarrow 6\sqrt{5} = F_1 + (60)^2 \Rightarrow F_1^2 = (13 \times 5)^2 - (12 \times 5)^2$$

$$= (5 \times 5)^2 \Rightarrow F_1 = 25 \text{ N}$$

طبق داده سؤال در لحظه  $t = 5 \text{ s}$  که متحرک از مبدأ مکان می‌گذرد سرعت آن  $10 \text{ m/s}$  بوده است، همچنین در میثیم نمودار مکان- زمان سرعت متحرک صفر شده و تغییر جهت می‌دهد.

بین دو لحظه  $t = 0$  و  $t = 5 \text{ s}$  از معادله مستقل از شتاب استفاده می‌کنیم تا سرعت اولیه حرکت به دست آید:

$$\Delta x = \frac{v + v_0}{2} t \Rightarrow 0 - (-5) = \frac{10 + v_0}{2} \times 5 \Rightarrow v_0 = -18 \text{ m/s}$$

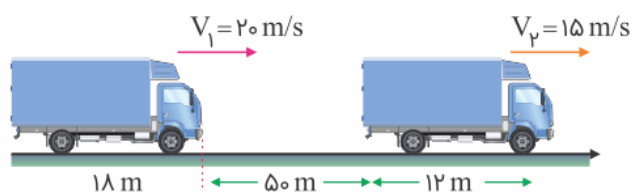
بین همین دو لحظه از معادله سرعت- جابه‌جایی استفاده می‌کنیم تا شتاب حرکت تعیین شود:

$$v^2 - v_0^2 = 2a\Delta x \Rightarrow 10^2 - (-18)^2 = 2a(5) \Rightarrow a = 3/6 \text{ m/s}^2$$

به کمک معادله سرعت- زمان لحظه‌ای که متحرک تغییر جهت می‌دهد را به دست می‌آوریم.

$$v = at + v_0 \Rightarrow 0 = 3/6 t - 18 \Rightarrow t = \frac{18}{3/6} = \frac{20}{9} \text{ s}$$

روش اول: اگر مبدأ مکان را ابتدای کامیون اول در نظر بگیریم، معادله حرکت هر یک از کامیون‌ها که با سرعت ثابت حرکت می‌کنند، مطابق زیر خواهد بود:



$$v_1 = 72 \div 3/6 = 20 \text{ m/s}$$

$$x_1 = 20t$$

در لحظه  $t = 0$  ابتدای کامیون دوم در فاصله  $12 + 50 = 62$  متری مبدأ است و معادله آن به صورت زیر است:

$$x_2 = 15t + 62$$

هنگامی که کامیون اول به طور کامل از کامیون دوم سبقت بگیرد، باید مکان آن  $18 \text{ m}$  از مکان کامیون اول بیشتر باشد.

$$x_1 = x_2 + 18 \Rightarrow 20t = 15t + 62 + 18 \Rightarrow t = 16 \text{ s}$$

اکنون جابه‌جایی کامیون اول را طی مدت  $16 \text{ s}$  حساب می‌کنیم:

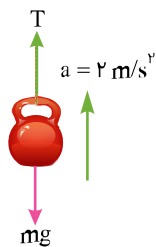
$$\Delta x = vt = 20 \times 16 = 320 \text{ m}$$

روش دوم: از مفهوم سرعت نسبی استفاده می‌کنیم، چون سرعت هر دو در یک جهت است، سرعت نسبی آن‌ها برابر  $20 - 15 = 5 \text{ m/s}$  می‌شود و باید فاصله نسبی  $18 + 50 + 12 = 80 \text{ m}$  را در نظر بگیریم، پس چون حرکت هر دو یکنواخت است، داریم:

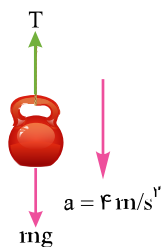
$$\Delta x_{\text{نسبی}} = v_{\text{نسبی}} t \Rightarrow t = \frac{80}{5} = 16 \text{ s}$$

و پس از آن مطابق روش اول جابه‌جایی کامیون اول را حساب می‌کنیم.

در هر دو حالت قانون دوم نیوتون را برای وزنه می‌نویسیم:



حالت اول :  $T_1 - mg = ma_1 \Rightarrow T_1 - 10m = m \times 2 \Rightarrow T_1 = 12m$

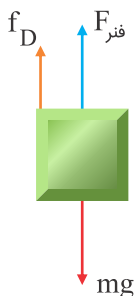


حالت دوم :  $mg - T_2 = ma_2 \Rightarrow 10m - T_2 = 4m \Rightarrow T_2 = 6m$

اختلاف دو نیروی کش طناب را به دست می‌آوریم و برابر  $24\text{ N}$  قرار می‌دهیم.

$$T_1 - T_2 = 24 \Rightarrow 12m - 6m = 24 \Rightarrow m = 4\text{ kg}, \quad T_2 = 6m = 24\text{ N}$$

ابتدا نیروهای وارد بر جسم را ترسیم کرده و سپس قانون دوم نیوتون را برای آن می‌نویسیم:



$$\begin{aligned} mg - F_{\text{فر}} - f_D &= ma \\ \downarrow + F_{\text{net}y} &= ma_y \\ 50 - F_{\text{فر}} - 10 &= 5 \times (-2) \Rightarrow F_{\text{فر}} = 50\text{ N} \\ Kx &= 50 \\ K \times 0.005 &= 50 \Rightarrow K = 10^4\text{ N/m} \end{aligned}$$

شتاب جاذبه یک سیاره را برحسب چگالی و شعاع آن به دست می‌آوریم:

$$g = \frac{GM}{R^2} \xrightarrow[M=\rho V]{V=\frac{4}{3}\pi R^3} g = \frac{G\rho \times \frac{4}{3}\pi R^3}{R^2} \Rightarrow g = \frac{4}{3}\pi G\rho R$$

حالا داریم:

$$g = \frac{4}{3}\pi G\rho R \Rightarrow \frac{g_2}{g_1} = \frac{\rho_2}{\rho_1} \times \frac{R_2}{R_1} = \frac{1}{2} \times 4 = 2$$

ابتدا لحظه شروع حرکت متحرک را تعیین می‌کنیم:

$$F = f_{s, \max} \Rightarrow F = \mu_s mg = 0/8 \times 80 = 64 \text{ (N)}$$

$$16t = 64 \Rightarrow t = 4 \text{ (s)}$$

پس جسم در  $t = 4 \text{ (s)}$  شروع به حرکت می‌کند، در لحظه شروع حرکت داریم:

$$F - f_k = ma \Rightarrow 16t - \mu_k mg = ma$$

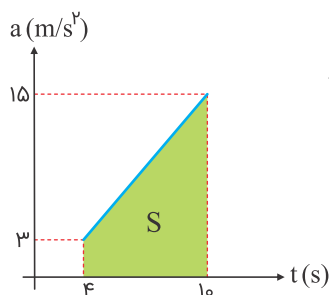
$$t = 4 \Rightarrow 64 - 0/5 \times 80 = 8a \Rightarrow a = 3 \text{ m/s}^2$$

شتاب حرکت را در  $t = 10 \text{ (s)}$  به دست می‌آوریم:

$$t = 10 \text{ (s)} \Rightarrow F = 160 \text{ (N)} \Rightarrow F - f_k = ma \Rightarrow 160 - 0/5 \times 80 = 8a$$

$$a = \frac{120}{8} = 15 \text{ m/s}^2$$

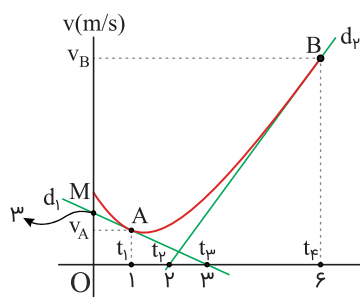
حال نمودار شتاب- زمان را رسم می‌کنیم.



$$\Delta v = S = \left( \frac{3 + 15}{2} \right) \times 6 = 54 \text{ m/s}$$

$$v_0 = 0 \Rightarrow \Delta v = v - v_0 \Rightarrow v = 54 \text{ m/s}$$

گام اول: شیب خط مماس بر نمودار سرعت- زمان در یک لحظه برابر شتاب متحرک در آن لحظه می‌باشد، بنابراین باتوجه به شکل زیر، شتاب متحرک در لحظات  $t = 1 \text{ s}$  و  $t = 6 \text{ s}$  برابر است با:



$$\Delta t_1 t_3 : |a_1| = |d_1 \text{ شیب خط}| = \frac{v_A - 0}{t_1 t_3}$$

$$\Rightarrow |a_1| = \frac{v_A}{3 - 1} = \frac{v_A}{2}$$

$$\Delta t_2 t_6 : a_6 = d_2 \text{ شیب خط} = \frac{v_B - 0}{t_2 t_6}$$

$$\Rightarrow a_6 = \frac{v_B}{6 - 2} = \frac{v_B}{4}$$

طبق فرض تست:

$$a_6 = 3|a_1| \Rightarrow \frac{v_B}{4} = 3 \times \frac{v_A}{2} \Rightarrow v_B = 6v_A \quad (I)$$

گام دوم: باتوجه به متشابه بودن دو مثلث  $\Delta OMt_3$  و  $\Delta At_1t_3$  داریم:

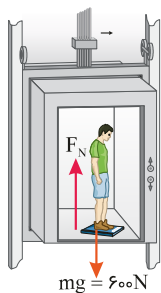
$$\frac{\overline{At_1}}{\overline{OM}} = \frac{\overline{t_1 t_3}}{\overline{Ot_3}} \Rightarrow \frac{v_A}{3} = \frac{3 - 1}{3} \Rightarrow \frac{v_A}{3} = \frac{2}{3} \Rightarrow v_A = 2 \text{ m/s}$$

$$\xrightarrow{(I)} v_B = 6v_A = 6 \times 2 = 12 \text{ m/s}$$

گام سوم: شتاب متوسط متحرک در بازه  $t = 1 \text{ s}$  تا  $t = 6 \text{ s}$  را محاسبه می‌کنیم:

$$a_{avAB} = \frac{v_B - v_A}{t_B - t_A} = \frac{12 - 2}{6 - 1} = \frac{10}{5} = 2 \text{ m/s}^2$$

برای هر بازه زمانی قانون دوم نیوتون را می‌نویسیم تا شتاب آسانسور به دست بیاید.



$$(0/2s) : (F_{N_1})\vec{j} + (-mg)\vec{j} = m\vec{a}_1 \Rightarrow 480\vec{j} - 600\vec{j} = 60\vec{a}_1 \Rightarrow \vec{a}_1 = -2\text{ m/s}^2\vec{j}$$

$$(2s, 3s) : (F_{N_2})\vec{j} + (-mg)\vec{j} = m\vec{a}_2 \Rightarrow +660\vec{j} - 600\vec{j} = 60\vec{a}_2 \Rightarrow \vec{a}_2 = +1\text{ m/s}^2\vec{j}$$

$$(3s, 5s) : (F_{N_3})\vec{j} + (-mg)\vec{j} = m\vec{a}_3 \Rightarrow 540\vec{j} - 600\vec{j} = 60\vec{a}_3 \Rightarrow \vec{a}_3 = -1\text{ m/s}^2\vec{j}$$

سرعت آسانسور را در لحظات ۲ s، ۳ s و ۵ s به دست می‌آوریم:

$$v_0 = 0, v_{2s} = a_1 \Delta t_1 + v_0 = -2 \times 2 + 0 = -4\text{ m/s}$$

$$v_{3s} = a_2 \Delta t_2 + v_{2s} = 1 \times 1 + (-4) = -3\text{ m/s}$$

$$v_{5s} = a_3 \Delta t_3 + v_{3s} = -1(2) + (-3) = -5\text{ m/s}$$

بنابراین بیشترین تندی آسانسور در  $t = 5\text{ s}$  و برابر  $5\text{ m/s}$  است.

گام اول: مبدأ مکان را در شروع حرکت اتومبیل در نظر می‌گیریم و معادله حرکت موتورسوار و اتومبیل را می‌نویسیم:

$$x_{\text{موتور}} = \frac{1}{2} a_m t^2 + V_{0\text{موتور}} t \Rightarrow x_{\text{موتور}} = -\frac{1}{2} t^2 + 21t$$

$$x_{\text{اتومبیل}} = \frac{1}{2} \times 2 t^2 + 0 \Rightarrow x_{\text{اتومبیل}} = t^2$$

گام دوم: لحظه‌ای را که اتومبیل به موتورسوار می‌رسد را حساب می‌کنیم:

$$x_{\text{موتور}} = x_{\text{اتومبیل}} \Rightarrow -\frac{1}{2} t^2 + 21t = t^2 \Rightarrow t = 14\text{ s}, t = 0$$

گام سوم: مکان اتومبیل را در لحظه  $t = 14\text{ s}$  حساب می‌کنیم:

$$x_{\text{اتومبیل}} = t^2 = 14^2 \Rightarrow x_{\text{اتومبیل}} = 196\text{ m}$$