

گزینه ۱

۱

$$y = f\left(f\left(\frac{1}{x}\right)\right) \xrightarrow{\text{مشتق می‌گیریم}} y' = \frac{-1}{x^2} f'\left(\frac{1}{x}\right) f'\left(f\left(\frac{1}{x}\right)\right)$$

$$\Rightarrow y'(2) = \frac{-1}{4} \times f'\left(\frac{1}{2}\right) f'\left(f\left(\frac{1}{2}\right)\right) = \frac{-1}{4} f'\left(\frac{1}{2}\right) f'(0)$$

داریم $x = 0$ در همسایگی راست: $f(x) = -(2x - 1) \Rightarrow f'(x) = -2 \Rightarrow f'(0) = -2$

داریم $x = \frac{1}{2}$ در همسایگی چپ: $f(x) = -(2x - 1) \Rightarrow f'(x) = -2 \Rightarrow f'\left(\frac{1}{2}\right) = -2$

$$\Rightarrow y'(2) = \frac{-1}{4} \times (-2) \times (-2) = -1$$

تذکر: برای محاسبه $f'\left(\frac{1}{2}\right)$ ، چون زمانی که $x \rightarrow 2^+$ داریم: $\frac{1}{x} \rightarrow \frac{1}{2}^-$ ، بنابراین مشتق چپ $\frac{1}{2}$ را محاسبه می‌کنیم.

گزینه ۲

۲

واضح است که $h(x) = 2$ و $f(x) = x$ برای g داریم:

$$\left| \begin{matrix} 2 \\ 2 \end{matrix} \right|, \left| \begin{matrix} 5 \\ 0 \end{matrix} \right| \in g \Rightarrow m = \frac{2-0}{2-5} = -\frac{2}{3}$$

$$y - 0 = -\frac{2}{3}(x - 5) \Rightarrow g(x) = -\frac{2}{3}(x - 5)$$

$$k(x) = x\left(-\frac{2}{3}(x - 5)\right) \times 2 \Rightarrow k(x) = -\frac{4}{3}x^2 + \frac{20}{3}x$$

$$k'(x) = -\frac{8}{3}x + \frac{20}{3} \xrightarrow{x=2} k'(2) = \frac{4}{3}$$

دقت کنید که اشتراک دامنه‌ها $[1, 4]$ است و k در این بازه تعریف می‌شود؛ پس $k'(5)$ وجود ندارد.

گزینه ۱

۳

$$f(1) = \lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = 1 + a, \quad \lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = b$$

$$\xrightarrow{\text{در } x=1 \text{ پیوسته است.}} 1 + a = b \quad (*)$$

$$f'_+(1) = \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{f(x) - f(1)}{x - 1} = \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{x^2 + a - 1 - a}{x - 1}$$

$$= \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{(x-1)(x+1)}{x-1} = 2$$

$$f'_-(1) = \lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{f(x) - f(1)}{x - 1} = \lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{bx - 1 - a}{x - 1} = \lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{bx - b}{x - 1} = b$$

مشتق چپ و راست در $x = 1$ برابرند:

$$b = 2 \xrightarrow{(*)} a = 1 \Rightarrow a + b = 3$$

مختصات ابتدا و انتهای تابع و شیب خط واصل آن‌ها را حساب می‌کنیم:

$$A(\mathcal{F}, \circ), (9, 1) \Rightarrow m_{AB} = \frac{1 - \circ}{9 - \mathcal{F}} = \frac{1}{\delta}$$

$$f'(x) = \frac{\mathcal{Y} + \lambda}{(x+1)^{\mathcal{Y}}} = \frac{1\circ}{(x+1)^{\mathcal{Y}}}$$

چون خط قاطع با خط مماس در C باهم موازی‌اند، پس:

$$f'(c) = \frac{1}{\delta} \Rightarrow \frac{1\circ}{(c+1)^{\mathcal{Y}}} = \frac{1}{\delta} \Rightarrow (c+1)^{\mathcal{Y}} = \delta\circ$$

$$\Rightarrow c+1 = \pm\delta\sqrt{\mathcal{Y}} \xrightarrow{\mathcal{F} < c < 9} c = \delta\sqrt{\mathcal{Y}} - 1$$

$$\frac{1}{p} = \frac{1}{\mathcal{Y}} - \frac{1}{q} = \frac{q - \mathcal{Y}}{\mathcal{Y}q} \Rightarrow p = \frac{\mathcal{Y}q}{q - \mathcal{Y}}$$

$$p' = \frac{\mathcal{Y}(q - \mathcal{Y}) - \mathcal{Y}q}{(q - \mathcal{Y})^2} = \frac{-\mathcal{F}}{(q - \mathcal{Y})^2} \Rightarrow p'(\mathcal{Y}) = \frac{-\mathcal{F}}{\mathcal{Y}\delta} = -\circ/1\mathcal{F}$$

بدیهی است که این تابع در $x = -1$ و $x = \mathcal{Y}$ پیوسته است. از طرفی:

$$f(x) = \begin{cases} -\mathcal{F}x + \delta & ; x < -1 \\ -\mathcal{Y}x + \mathcal{Y} & ; -1 \leq x \leq \mathcal{Y} \\ \mathcal{F}x - \delta & ; x > \mathcal{Y} \end{cases}$$

$$\Rightarrow f'(x) = \begin{cases} -\mathcal{F} & ; x < -1 \\ -\mathcal{Y} & ; -1 < x < \mathcal{Y} \\ \mathcal{F} & ; x > \mathcal{Y} \end{cases}$$

پس:

$$\lim_{h \rightarrow \circ} \frac{f(-1+h^{\mathcal{Y}}) + f(\mathcal{Y}+h^{\mathcal{Y}}) - 1\mathcal{Y}}{h^{\mathcal{Y}}} = \lim_{h \rightarrow \circ} \left(\frac{f(-1+h^{\mathcal{Y}}) - 9}{h^{\mathcal{Y}}} + \frac{f(\mathcal{Y}+h^{\mathcal{Y}}) - \mathcal{Y}}{h^{\mathcal{Y}}} \right)$$

$$\Rightarrow \lim_{h \rightarrow \circ} \left(\frac{f(-1+h^{\mathcal{Y}}) - f(-1)}{h^{\mathcal{Y}}} + \frac{f(\mathcal{Y}+h^{\mathcal{Y}}) - f(\mathcal{Y})}{h^{\mathcal{Y}}} \right) = f'_+(-1) + f'_+(\mathcal{Y}) = -\mathcal{Y} + \mathcal{F} = \mathcal{Y}$$

پیوستگی:

$$\sqrt{1+\lambda} = 1 + a + b \Rightarrow a + b = \mathcal{Y}$$

برابری مشتق چپ و راست:

$$\frac{1}{\mathcal{Y}\sqrt{1+\lambda}} = \mathcal{Y} + a \Rightarrow a = \frac{1}{\mathcal{F}} - \mathcal{Y} = -\frac{11}{\mathcal{F}} \Rightarrow b = \mathcal{Y} + \frac{11}{\mathcal{F}} = \frac{\mathcal{Y}\mathcal{F}}{\mathcal{F}} \Rightarrow \frac{a}{b} = -\frac{11}{\mathcal{Y}\mathcal{F}}$$

$$h'(x) = \frac{f'(x)(\mathcal{Y}g(x) - 1) - \mathcal{Y}g'(x)(f(x) + 1)}{(\mathcal{Y}g(x) - 1)^{\mathcal{Y}}}$$

$$\Rightarrow h'(1) = \frac{f'(1)(\mathcal{Y}g(1) - 1) - \mathcal{Y}g'(1)(f(1) + 1)}{(\mathcal{Y}g(1) - 1)^{\mathcal{Y}}}$$

$$\Rightarrow h'(1) = \frac{\mathcal{Y}(\mathcal{Y} \times 1 - 1) - \mathcal{Y} \times \mathcal{Y}(\mathcal{Y} + 1)}{(\mathcal{Y} \times 1 - 1)^{\mathcal{Y}}} = \mathcal{Y} - 1\mathcal{F} = -1\mathcal{Y}$$

f و g بر هم در نقطه‌ای به طول ۱ مماس‌اند، پس:

$$f(1) = g(1) \Rightarrow \frac{a+b}{f} = 0 \Rightarrow a+b=0 \Rightarrow a=-b$$

$$f'(x) = \frac{2ax+b}{f}, g'(x) = 3x^2$$

$$f'(1) = g'(1) \Rightarrow \frac{2a+b}{f} = 3 \Rightarrow 2a+b=3f \xrightarrow{a=-b} a=12, b=-12$$

$$\Rightarrow f(x) = 3(x^2 - x) \Rightarrow f(2) = 3(4 - 2) = 6$$

نکته: تابع $f = g|u$ در ریشه‌های ساده $u = 0$ مشتق‌ناپذیر است مگر آنکه آن ریشه ساده، ریشه تابع g نیز باشد.

$$f(x) = (x+2)(x-1)|(x+3)(x-1)|$$

$x = 1$ و $x = -3$ ریشه‌های ساده داخل قدر مطلق هستند ولی چون $x = 1$ ریشه عبارت پشت قدر مطلق نیز هست، پس تابع در $x = 1$ مشتق‌پذیر است؛ بنابراین تابع فقط در نقطه $x = m = -3$ مشتق‌ناپذیر است.

x	-3	1
(x+3)(x-1)	+ -	+ +

$$\Rightarrow \begin{cases} x \rightarrow (-3)^+ \Rightarrow f(x) = -(x+3)(x+2)(x-1)^2 \\ x \rightarrow (-3)^- \Rightarrow f(x) = (x+3)(x+2)(x-1)^2 \end{cases}$$

نکته: اگر در تابع $f(x) = g(x)h(x)$ ، $g(a) = 0$ باشد، آنگاه: $f'(a) = g'(a)h(a)$

$$\left. \begin{array}{l} x \rightarrow (-3)^+ \Rightarrow f'(x) = -(x+2)(x-1)^2 \Rightarrow f'_+(-3) = -(-1)(-4)^2 = -16 \\ x \rightarrow (-3)^- \Rightarrow f'(x) = (x+2)(x-1)^2 \Rightarrow f'_-(-3) = (-1)(-4)^2 = -16 \end{array} \right\} \Rightarrow \frac{f'_+(-3)}{f'_-(-3)} = -1$$

$$f(1) = 2 + a \Rightarrow (1, 2+a) \in f$$

$$f'(x) = 3x^2 + 1 \Rightarrow f'(1) = 4$$

$$\text{خط مماس: } y - (2+a) = 4(x-1) \xrightarrow{(3,4)} 4 - 2 - a = \lambda \Rightarrow a = -6$$

$$f(-1) = -1 - 1 + a = -8$$

$$(f \circ g)'(3) = g'(3)f'(g(3))$$

ابتدا معادله خط d را می‌یابیم:

$$m_d = \frac{0-6}{6-0} = -1 \Rightarrow \text{معادله خط } d: y - 0 = -1(x - 6) \Rightarrow y = -x + 6$$

مقدار $g(3)$ با مقدار $y = -x + 6$ در $x = 3$ برابر است:

$$g(3) = -3 + 6 = 3$$

شیب خط مماس بر تابع $g(x)$ در $x = 3$ با شیب خط d برابر است: $g'(3) = -1$

$$(f \circ g)'(3) = g'(3)f'(g(3)) = -1 \times f'(3) = -f'(3)$$

$f'(3)$ با شیب خط d' برابر است:

$$f'(3) = m_{d'} = \frac{0-2}{6-0} = -\frac{1}{3}$$

$$(f \circ g)'(3) = -f'(3) = \frac{1}{3}$$

$$f(x) + g(x) = \log(\sqrt{x^2 + 2} - x) + \log(\sqrt{x^2 + 2} + x)$$

$$= \log(x^2 + 2 - x^2) = \log 2$$

$$f(x) + g(x) = \log 2$$

از طرفین تساوی بالا مشتق می‌گیریم:

$$f'(x) + g'(x) = 0 \Rightarrow f'(x) = -g'(x) \Rightarrow \frac{f'(x)}{g'(x)} = -1 \Rightarrow \frac{f'(2)}{g'(2)} = -1$$

جعبه ابزار: استفاده از مشتق ضرب و توجه به اینکه از دومین پرانتز به بعد توان عامل صفرکننده بزرگتر از یک است پس صفر می‌شود.

$$f(x) = (1+x)(1+x^2)(1+x^4)\dots(1+x^{2^n})$$

$$f'(x) = 1 \times (1+x^2)\dots(1+x^{2^n}) + 2x \times (1+x) \times \dots \times (1+x^{2^n}) + \dots + nx^{n-1}(1+x) \times \dots \times (1+x^{n-1})$$

$$f'(0) = 1 + 0 + 0 + \dots + 0 = 1$$

چالش سؤال: مشتق ضرب چند تابع

حاصل حد مخرج کسر برابر با صفر است ولی چون حاصل حد داده شده عددی متناهی است، پس حاصل حد صورت کسر نیز برابر با صفر بوده است.

$$\lim_{h \rightarrow 0} (f(h^F + 2) - f(h^F - 2) + 3) = 0 \Rightarrow f(2) - f(-2) + 3 = 0 \Rightarrow 4n - 4m = -3$$

$$\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(h^F + 2) - f(h^F - 2) + 3}{h^F} = 6$$

با فرض $h^F = t$ ، اگر $h \rightarrow 0$ آنگاه $t \rightarrow 0^+$ ؛ بنابراین:

$$\lim_{t \rightarrow 0^+} \frac{f(2+t) - f(-2+t) + 3}{t}$$

$$= \lim_{t \rightarrow 0^+} \frac{f(2+t) - f(2)}{t} - \lim_{t \rightarrow 0^+} \frac{f(-2+t) - f(-2)}{t} + \lim_{t \rightarrow 0^+} \frac{f(2) - f(-2) + 3}{t} = f'_+(2) - f'_+(-2) = 6$$

$$x \rightarrow 2^+ \Rightarrow f(x) = m(x-2) + n(x+2) \Rightarrow f'_+(2) = m+n$$

$$x \rightarrow (-2)^+ \Rightarrow f(x) = -m(x-2) + n(x+2) \Rightarrow f'_+(-2) = -m+n$$

$$f'_+(2) - f'_+(-2) = 6 \Rightarrow m+n - (-m+n) = 6 \Rightarrow m = 3$$

$$4n - 4m = -3 \xrightarrow{m=3} 4n - 12 = -3 \Rightarrow n = \frac{9}{4}$$

$$\Rightarrow 4n - m = 9 - 3 = 6$$

بنا بر تعریف مشتق $f'(x) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h}$ ، کاملاً مشخص است که تعریف $f'(x)$ می‌شود $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h}$

چون f' یک تابع ثابت است، پس f یک تابع خطی است؛ پس گزینه "۴" نادرست است.

چون f' برابر با عددی مثبت است، پس f باید شیب مثبت داشته باشد؛ پس گزینه "۳" نادرست است.

در گزینه "۱" تابع f دارای دو شیب متفاوت است، یعنی f' باید دو مقدار داشته باشد.

پس گزینه "۳" درست است.

آشکار است که تابع با ضابطه $f(x) = |x-2|(x-a)$ ، به شرط آن که $a \neq 2$ در $x=2$ زاویه‌دار است. بنا به فرض $f'_-(2)f'_+(2) = -1$ از آنجایی که:

$$f(x) = \begin{cases} -x^2 + ax + 2x - 2a & ; x < 2 \\ x^2 - ax - 2x + 2a & ; x \geq 2 \end{cases} \Rightarrow f'(x) = \begin{cases} -2x + a + 2 & ; x < 2 \\ 2x - a - 2 & ; x > 2 \end{cases}$$

$$\Rightarrow f'_-(2)f'_+(2) = -(a-2)^2 \Rightarrow -(a-2)^2 = -1 \Rightarrow a-2 = \pm 1 \Rightarrow a = 1 \text{ یا } a = 3$$

$$f = \sqrt[3]{u} \Rightarrow f' = \frac{u'}{3\sqrt[3]{u^2}}$$

آهنگ تغییر لحظه‌ای تابع $f(x)$ در $x=a$ برابر $f'(a)$ است.

از تابع مشتق می‌گیریم سپس به جای x آن 4 می‌گذاریم:

$$f(x) = \sqrt[3]{(x^2 - 3x)^2} \Rightarrow f'(x) = \frac{2(x^2 - 3x)(2x - 3)}{3\sqrt[3]{(x^2 - 3x)^2}}$$

$$= \frac{2(x^2 - 3x)(2x - 3)}{3\sqrt[3]{(x^2 - 3x)^2} \sqrt{x^2 - 3x}} \Rightarrow f'(x) = \frac{2(2x - 3)}{3\sqrt[3]{x^2 - 3x}}$$

$$\Rightarrow f'(4) = \frac{2(8 - 3)}{3\sqrt[3]{16 - 12}} = \frac{10}{3\sqrt[3]{4}}$$

چون f' تابع درجه ۱ است، پس f درجه ۲ است:

$$f(x) = ax^2 + bx + c \xrightarrow{f(0)=3} f(x) = ax^2 + bx + 3$$

f' را حساب می‌کنیم:

$$f'(x) = 2ax + b$$

معادله خط رسم شده (f') را می‌نویسیم:

$$m = \frac{\lambda - 0}{0 - 2} = -\frac{\lambda}{2} \Rightarrow y = -\frac{\lambda}{2}x + \lambda$$

با برابر گذاشتن $2ax + b$ و $-\frac{\lambda}{2}x + \lambda$ نتیجه می‌گیریم که: $a = -\frac{\lambda}{2}$ و $b = \lambda$ است، پس:

$$f(x) = -\frac{\lambda}{2}x^2 + \lambda x + 3 \Rightarrow f(1) = 9$$

$$f(x) = f(x+3) \Rightarrow \begin{cases} f(6+h) = f(6+h+3) = f(9+h) \\ f(6) = f(6+3) = f(9) \\ f(9) = f(9+3) = f(12) \end{cases} \Rightarrow f(12) = f(6)$$

$$\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(9+h) - f(12)}{h} = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(6+h) - f(6)}{h} = f'(6)$$

$$f(x) = \frac{\sqrt{x^2 + 2x - 1} + \sqrt{x^2 + 7x + 12}}{\sqrt{x-2} + \sqrt{x+3}} = \frac{\sqrt{x+4} \times \sqrt{x-2} + \sqrt{x+4} \times \sqrt{x+3}}{\sqrt{x-2} + \sqrt{x+3}}$$

$$= \frac{\sqrt{x+4}(\sqrt{x-2} + \sqrt{x+3})}{\sqrt{x-2} + \sqrt{x+3}} = \sqrt{x+4} \Rightarrow f'(x) = \frac{1}{2\sqrt{x+4}} \Rightarrow f'(\omega) = \frac{1}{6}$$

تابع گزینه ۱ فقط در نقاط به طول ۱ و ۱- مشتق‌ناپذیر است. (نقاط گوشه‌ای)
 تابع گزینه ۲ فقط در نقطه به طول ۱- $x = -1$ مشتق‌ناپذیر است. (گوشه‌ای)
 تابع گزینه ۳ فقط در $x = -2$ مشتق ندارد.
 تابع گزینه ۴ در نقاط به طول ۱- و ۰ و ۱ مشتق ندارد. (ناپیوسته است).

$$\lim_{x \rightarrow 3} \frac{\sqrt{f(x)} - 1}{x^2 - 3x} = \lim_{x \rightarrow 3} \frac{f(x) - 1}{(\sqrt{f(x)} + 1)(x)(x-3)} = \frac{1}{6} \lim_{x \rightarrow 3} \frac{f(x) - f(3)}{x-3} = \frac{f'(3)}{6} = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$$

اگر خط $y = 3x - 1$ بر $f(x)$ در $x = 2$ مماس باشد داریم:

$$\begin{cases} f(2) = 5 \\ f'(2) = 3 \end{cases}$$

پس داریم: $b = 3$ و $a = -5$ و $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(x) - 5}{x - 2} = 3$

$$a + b = -2$$

نکته: با داشتن رأس تابع درجه دوم و یک نقطه آن، معادله درجه دوم به فرم $y = a(x - \alpha)^2 + \beta$ نوشته می‌شود که $S(\alpha, \beta)$ رأس تابع است.

$$y = a(x+1)^2 + 2 \xrightarrow{A(0,3) \in f} 3 = a(0+1)^2 + 2 \Rightarrow a = 1 \Rightarrow f(x) = (x+1)^2 + 2$$

$$f'(x) = 2(x+1) \Rightarrow f''(x) = 2 \Rightarrow \begin{cases} f'(-3) = -4 \\ f''(2) = 2 \end{cases} \Rightarrow \frac{f''(2)}{f'(-3)} = -\frac{1}{2}$$

نکته: توابع به شکل $y = |f(x)|$ در ریشه‌های فقط ساده (غیرمکرر) داخل قدر مطلق، مشتق‌ناپذیر هستند.
تابع $y = 2 + 3x - x^3$ دارای مجموع ضرایب صفر است، پس $x = 1$ ریشه آن می‌باشد و بر $x = 1$ بخش‌پذیر است.

$$\begin{array}{r} x^3 - 3x + 2 \quad | \quad x - 1 \\ \underline{-x^3 + x^2} \\ x^2 - 3x + 2 \\ \underline{-x^2 + x} \\ -2x + 2 \\ \underline{+2x - 2} \\ 0 \end{array}$$

پس داریم:

$$x^3 - 3x + 2 = (x-1)^2(x+2)$$

بنابراین طبق نکته، تابع $f(x) = |(x-1)^2(x+2)|$ فقط در $x = -2$ مشتق‌ناپذیر است.

$$f'g - g'f = \left(\frac{f'g - g'f}{g^2} \right) \times g^2 = \left(\frac{f}{g} \right)' \times g^2$$

$$\frac{f}{g} = \frac{\sqrt{x^2 - 5x + 4}}{\sqrt{x-1}} = \frac{\sqrt{(x-1)(x-4)}}{\sqrt{x-1}} = \sqrt{x-4} \Rightarrow \left(\frac{f}{g} \right)' = \frac{1}{2\sqrt{x-4}}$$

$$\left(\frac{f}{g} \right)' \times g^2 = \frac{1}{2\sqrt{x-4}} \times (x-1) \xrightarrow{x=0} \frac{1}{2 \times 1} \times 4 = 2$$

اولاً که تابع باید در a پیوسته باشد.

$$a^x + 1 = a^x + a \Rightarrow a^x - a^x - a + 1 = 0$$

$$a^x(a-1) - (a-1) = 0 \Rightarrow (a-1)(a^x - 1) = 0 \Rightarrow \begin{cases} a = 1 \\ a = -1 \end{cases}$$

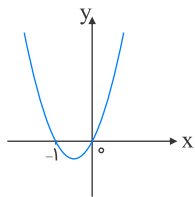
مشتق چپ و راست در $a = 1$ برابر با ۳ است ولی مشتق چپ و راست در $a = -1$ برابر نیست.

$$f'_+(-1) = 3, \quad f'_-(-1) = -1$$

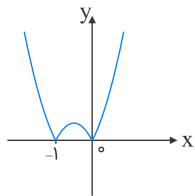
پس $a = 1$ قابل قبول است.

$$f(x) = \begin{cases} x^3 + 1 & ; x > 1 \\ x^2 + x & ; x \leq 1 \end{cases}$$

تابع را رسم می‌کنیم.



در نتیجه $|f(x)|$ به فرم زیر است.



یعنی در 0 و -1 مشتق‌ناپذیر است؛ پس $|f(x-1)|$ در 0 و 1 مشتق‌ناپذیر است.

$$\begin{aligned} A &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f^w(\gamma + wh^v) - f^w(\gamma - vh^v)}{h^w - h^v} \\ &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(\gamma + wh^v) - f(\gamma - vh^v)}{h^v} \times \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f^v(\gamma + wh^v) + f(\gamma + wh^v) f(\gamma - vh^v) + f^v(\gamma - vh^v)}{h - 1} \\ &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(\gamma + wh^v) - f(\gamma - vh^v)}{h^v} \times \left(\frac{wf^v(\gamma)}{-1} \right) \end{aligned}$$

با فرض $t = h^v, h \rightarrow 0$ آنگاه $t \rightarrow 0^+$ بنابراین:

$$\begin{aligned} A &= \lim_{t \rightarrow 0^+} \frac{f(\gamma + wt) - f(\gamma - vt)}{t} \times (-wf^v(\gamma)) \\ &= \lim_{t \rightarrow 0^+} \left(w \times \frac{f(\gamma + wt) - f(\gamma)}{wt} \right) - \lim_{t \rightarrow 0^+} \left(-v \times \frac{f(\gamma - vt) - f(\gamma)}{-vt} \right) \times (-wf^v(\gamma)) \\ &= (wf^v(\gamma) - (-v)f^v(\gamma))(-wf^v(\gamma)) = -15f^v(\gamma)f^v(\gamma) \end{aligned}$$

$$x = \gamma \Rightarrow \begin{cases} f(\gamma) = \gamma^3 - \gamma \times \gamma = 8 - 4 = 4 \\ f(x) = x^3 - \gamma x \Rightarrow f'(x) = 3x^2 - \gamma \Rightarrow f'(\gamma) = 10 \end{cases}$$

$$A = -15 \times 10 \times 16 = -2400$$