



گزینه ۳

۱

$$\Delta < 0 \Rightarrow b^2 - 4ac < 0 \Rightarrow (2a-1)^2 - 4a(a - \frac{1}{2}) < 0$$

$$\Rightarrow 4a^2 - 4a + 1 - 4a^2 + 2a < 0 \Rightarrow -2a + 1 < 0$$

$$\Rightarrow -2a < -1 \xrightarrow{\div(-2)} a > \frac{1}{2}$$

تذکر: اگر طرفین نامعادله را بر عددی منفی تقسیم کنیم، جهت نامعادله تغییر می‌کند.

گزینه ۲

۲

چون رأس سهمی بر محور xها قرار دارد، بنابراین عرض رأس سهمی برابر صفر است؛ یعنی اگر $x = -\frac{b}{2a}$ که طول رأس سهمی است را در معادله قرار دهیم، باید برابر صفر شود.

$$x = -\frac{b}{2a} = \frac{2}{2(3k+4)} = \frac{1}{3k+4}$$

$x = \frac{1}{3k+4}$ را در معادله قرار می‌دهیم:

$$(3k+4)(\frac{1}{3k+4})^2 - 2(\frac{1}{3k+4}) + 1 = 0$$

$$\Rightarrow \frac{1}{3k+4} - \frac{2}{3k+4} = -1 \Rightarrow \frac{-1}{3k+4} = -1$$

$$\Rightarrow 3k+4 = 1 \Rightarrow 3k = -3 \Rightarrow k = -1$$

گزینه ۴

۳

ضریب x^2 عددی مثبت است، پس کمترین مقدار تابع درجه دوم، همان عرض رأس سهمی است، بنابراین ابتدا طول رأس سهمی را حساب کرده، آن را به جای x می‌گذاریم تا عرض رأس سهمی نیز به دست آید:

$$x_s = \frac{-b}{2a} = \frac{-(-4)}{2(1)} = \frac{1}{2}$$

$$y_s = 1(\frac{1}{2})^2 - 4(\frac{1}{2}) + 1 = 1(\frac{1}{4}) - 1 + 1 = \frac{1}{4}$$

در رابطه سهمی $y = ax^2 + bx + c$ ، طول رأس سهمی $x = -\frac{b}{2a}$ است، یعنی:

$$x_S = -\frac{-b}{2a} = 3 \Rightarrow b = 12a \quad (1)$$

از طرفی سهمی از نقطه $(3, 5)$ می‌گذرد، پس مختصات این نقطه را می‌توانیم در سهمی جایگذاری کنیم.

$$5 = 2a(3)^2 - b(3) + 1 \Rightarrow 18a - 3b = 4$$

$$\xrightarrow{b=12a} 18a - 3(12a) = 4 \Rightarrow 18a - 36a = 4 \Rightarrow -18a = 4 \Rightarrow a = -\frac{2}{9}$$

$$\xrightarrow{(1)} b = 12 \times -\frac{2}{9} \Rightarrow b = -\frac{8}{3}$$

$$ab = \frac{-2}{9} \times -\frac{8}{3} = \frac{16}{27}$$

نکته: اگر دو نقطه از سهمی دارای عرض یکسان باشند، میانگین طول آن‌ها برابر طول رأس سهمی است.
در این سهمی نقاط $x = 3$ و $x = -1$ دارای عرض یکسان هستند و می‌توانیم طول رأس سهمی را بیابیم:

$$x_S = \frac{3 - 1}{2} = 1$$

همچنین داریم:

$$f(1) = a + b + c$$

از روی شکل داریم:

$$f(x_S) = f(1) = -2 \Rightarrow a + b + c = -2$$

باتوجه به معادله داده شده یکی از جواب‌ها برابر $x = 1$ است. اگر قرار باشد معادله جواب دیگری نداشته باشد باید $x^2 - ax + a = 0$ یا جواب نداشته باشد یا جواب مضاعف $x = 1$ داشته باشد.

حالت اول: اگر جواب نداشته باشد:

$$\Delta = (-a)^2 - 4(1)(a) < 0 \Rightarrow a^2 - 4a < 0 \\ \Rightarrow a(a - 4) < 0 \Rightarrow 0 < a < 4$$

حالت دوم: اگر جواب مضاعف $x = 1$ داشته باشد، در این حالت باید به شکل $(x - 1)^2 = x^2 - 2x + 1$ باشد که ممکن نیست؛ پس در کل $0 < a < 4$ است.

شرط لازم برای اینکه معادله درجه ۲، دو جواب متمایز داشته باشد، این است که: $\Delta > 0$

$$3mx^2 - 3x + m + 1 = 0 \Rightarrow \Delta = 9 - 4(3m)(m + 1) > 0$$

$$\Rightarrow \Delta = 9 - 12m^2 - 12m > 0 \xrightarrow{\div (-12)} m^2 + m - \frac{3}{4} < 0$$

$$\Rightarrow (m + \frac{3}{4})(m - \frac{1}{4}) < 0 \Rightarrow -\frac{3}{4} < m < \frac{1}{4}$$

از طرفی ضریب x^2 نباید صفر باشد:

$$3m \neq 0 \Rightarrow m \neq 0$$

$$\Rightarrow \text{مجموعه جواب} = (-\frac{3}{4}, 0) \cup (0, \frac{1}{4})$$

اگر ریشه‌های معادله قرینه باشد، حاصل جمع‌شان صفر می‌شود. پس:

$$\Delta = (m - 2)^2 - 4(m - 3)(m - 1)$$

$$\Rightarrow \Delta = m^2 - 4m + 4 - 4m^2 + 12m - 4$$

$$\Rightarrow \Delta = -3m^2 + 12m - 4$$

$$x = \frac{-(m - 2) \pm \sqrt{-3m^2 + 12m - 4}}{2(m - 3)}$$

$$\Rightarrow x_1 + x_2 = \frac{-m + 2}{(m - 3)} = 0 \Rightarrow m = 2$$

ریشه مخرج در جدول تعیین علامت، تعریف نشده است، پس $\frac{1}{p}$ ریشه مخرج است:

$$2x - c = 0 \Rightarrow x = \frac{c}{2} = \frac{1}{2} \Rightarrow c = 1$$

$x^2 - a^2$ دارای دو ریشه قرینه است. در جدول ۲ و -۲ قرینه هستند:

$$x^2 - a^2 = 0 \Rightarrow x^2 = a^2 \Rightarrow x = \pm a \Rightarrow a = \pm 2$$

ریشه دیگر $x = -3$ است، که باید ریشه صورت باشد:

$$(x - b)^2 = 0 \Rightarrow x = b = -3$$

$$\Rightarrow a^2 - bc = (\pm 2)^2 - (-3)(1) = 4 + 3 = 7$$

راه حل اول:

شکل کلی سهمی به صورت $y = ax^2 + bx + c$ می‌باشد، با جایگذاری سه نقطه از نمودار داده شده در معادله کلی داریم:

$$(0, 0) \Rightarrow 0 = a(0) + b(0) + c \Rightarrow c = 0$$

$$(-1, 4) \Rightarrow 4 = a - b + c \Rightarrow a - b = 4 \quad (*)$$

$$(2, 0) \Rightarrow 0 = 4a + 2b + c \Rightarrow 2a + b = 0 \Rightarrow b = -2a$$

$$\xrightarrow{(*), (**)} a - b = 4 \Rightarrow 3a = 4 \Rightarrow a = \frac{4}{3} \Rightarrow b = -\frac{8}{3}$$

$$y = \frac{4}{3}x^2 - \frac{8}{3}x \xrightarrow{x=6} y = \frac{4}{3}(36) - \frac{8}{3}(6) = 48 - 16 = 32$$

راه حل دوم: نوشتن ضابطه از روی نمودار:

(۱) اگر ریشه‌های سهمی را به شکل $x = \alpha$ و $x = \beta$ داشتیم ضابطه سهمی به شکل $f(x) = a(x - \alpha)(x - \beta)$ است. می‌دانیم در حالت ریشه مضاعف معادله به شکل $f(x) = a(x - \alpha)^2$ می‌شود.

(۲) اگر رأس سهمی را به شکل (α, β) داشتیم، ضابطه سهمی به شکل $f(x) = a(x - \alpha)^2 + \beta$ است. این ضابطه از انتقال افقی و عمودی به دست آمده است. در دو ضابطه بالا، a یک عدد مجهول است (همان ضریب x^2) که باید از طریق دیگری به دست آوریم که معمولاً در مسئله یک نقطه از نمودار (خصوصاً عرض از مبدأ) را می‌دهند و باید جایگذاری کنیم.

(۳) اگر از سهمی اطلاعات پراکنده‌ای داشتیم از ضابطه کلی $f(x) = ax^2 + bx + c$ استفاده می‌کنیم.

در این سهمی ریشه‌ها $x = 2$ و $x = 0$ هستند؛ پس داریم:

$$f(x) = a(x - 0)(x - 2) \Rightarrow f(x) = ax(x - 2)$$

نقطه $(-1, 4)$ را صدق می‌دهیم:

$$4 = -a(-3) \Rightarrow a = \frac{4}{3} \Rightarrow f(x) = \frac{4}{3}x(x - 2)$$

$$\Rightarrow f(6) = \frac{4}{3} \times 6 \times 4 = 32$$

عبارت‌های $(y^2 - 3)^3 = 0$ و $(x^2 - y^2 - 5)^{16} = 0$ چون به توان‌های زوج رسیده‌اند، همواره نامنفی هستند. حاصل جمع دو عبارت نامنفی وقتی صفر است که هر دو عبارت صفر باشند:

$$(y^2 - 3)^3 = 0 \Rightarrow y^2 - 3 = 0 \Rightarrow y^2 = 3 \Rightarrow y = \pm\sqrt{3}$$

$$(x^2 - y^2 - 5)^{16} = 0 \Rightarrow x^2 - y^2 - 5 = 0$$

$$\xrightarrow{y^2=3} x^2 - 8 = 0 \Rightarrow x^2 = 8 \Rightarrow x = \pm\sqrt{8}$$

$$xy = (\pm\sqrt{8})(\pm\sqrt{3}) = \pm\sqrt{24} = \pm 2\sqrt{6}$$

$$\frac{x+a}{x+1} - 2x > 0 \Rightarrow \frac{x+a-2x^2-2x}{x+1} > 0 \Rightarrow \frac{-2x^2-x+a}{x+1} > 0$$

باتوجه به بازه جواب و اینکه $x = -1$ ریشه مخرج می‌باشد، بنابراین $x = 1$ و $x = b$ ریشه‌های صورت کسر هستند:

$$x = 1 \Rightarrow -2(1)^2 - (1) + a = 0 \Rightarrow a = 3$$

پس صورت کسر به صورت $-2x^2 - x + 3$ است که ریشه دیگر این معادله $-\frac{3}{2}$ یا همان b می‌باشد.

$$\Rightarrow a + b = 3 - \frac{3}{2} = \frac{3}{2}$$

نکته: در دنباله درجه دو با جمله عمومی $a_n = an^2 + bn + c$ ، دو جمله‌ای که نسبت به جمله با $n = \frac{-b}{2a}$ فاصله یکسان داشته باشند، مقدار برابر دارند (این نکته با خواص سهمی و رأس آن اثبات می‌شود).

$$n = \frac{-b}{2a} = \frac{30}{2} = 15$$

جمله هفدهم و جمله سیزدهم فاصله یکسانی از a_{15} دارند.

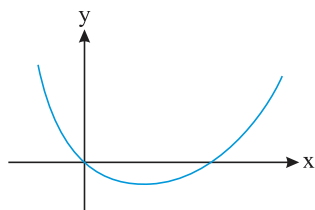
با استفاده از نقطه‌یابی و ترسیم شکل به جواب گزینه دو می‌رسیم.

حالت اول: یک ریشه و یک عرض از مبدأ، پس باید $\Delta = 0$:

$$\Delta = m^2 - 4(1)(m - \frac{1}{2}) = 0 \Rightarrow m^2 - 4m + 2 = 0$$

این معادله دارای $\Delta > 0$ و در نتیجه دو مقدار برای m وجود دارد.

حالت دوم: اگر $c = 0$ آنگاه نمودار شبیه شکل زیر می‌شود:



$$c = 0 \Rightarrow m - \frac{1}{2} = 0 \Rightarrow m = \frac{1}{2}$$

جواب‌های حالت اول و دوم یکسان نیستند؛ در نتیجه ۳ جواب برای m وجود دارد.

محور تقارن سهمی $y = ax^2 + bx + c$ خط $x = -\frac{b}{2a}$ است. در نتیجه:

$$-\frac{-(k+2)}{2 \times 2} = 3 \Rightarrow k+2 = 12 \Rightarrow k = 10$$

$$y = 2x^2 - 12x - c \xrightarrow{(0,-1)} -1 = 2 \times 0 - 12 \times 0 - c \Rightarrow c = 1$$

$$\Rightarrow y = 2x^2 - 12x - 1$$

دهانه سهمی روبه بالا باز می شود. کمترین مقدار سهمی روی محور تقارن سهمی (رأس سهمی) قرار دارد، بنابراین:

$$\xrightarrow{x=3} y = 2 \times (3)^2 - 12(3) - 1 = 18 - 36 - 1 = -19$$

سمت چپ نامساوی همواره مثبت است، پس سمت راست نیز باید مثبت باشد. یعنی $2x > 0$ ، پس $x > 0$.

$$\Rightarrow |2x - 3| + |x| < 2x \xrightarrow[\begin{smallmatrix} |x|=x \\ x>0 \end{smallmatrix}]{>} |2x - 3| + x < 2x$$

$$\Rightarrow |2x - 3| < x \Rightarrow -x < 2x - 3 < x$$

$$\Rightarrow \begin{cases} -x < 2x - 3 \Rightarrow 3x > 3 \Rightarrow x > 1 \\ 2x - 3 < x \Rightarrow x < 3 \end{cases} \xrightarrow{\cap} 1 < x < 3$$

از طرفین نامساوی بالا، $2 = \frac{1+3}{2}$ کم می کنیم:

$$-1 < x - 2 < 1 \Rightarrow |x - 2| < 1 \Rightarrow \begin{cases} \alpha = 2 \\ \beta = 1 \end{cases} \Rightarrow \alpha + \beta = 3$$

می دانیم $0 \leq |x^3 - 7| \leq 4m^2 + 5m - 6$ پس برای آنکه نامساوی $|x^3 - 7| \geq 4m^2 + 5m - 6$ همواره برقرار باشد، کافی است:

$$4m^2 + 5m - 6 \leq 0$$

$$4m^2 + 5m - 6 = 0 \Rightarrow m^2 + 5m - 24 = 0 \Rightarrow m = -8, 3$$

پس جواب های واقعی این معادله عبارت اند از:

$$m = \frac{-5}{4} = -1.25, \frac{3}{4}$$

حال داریم:

$$4m^2 + 5m - 6 \leq 0 \Rightarrow -2 \leq m \leq \frac{3}{4}$$

این بازه شامل سه عدد صحیح $0, -1, -2$ است. $m =$

ابتدا معادله سهمی را به فرم استاندارد $y = ax^2 + bx + c$ تبدیل می کنیم:

$$y = (x-2)^2 - 3x + 4 = x^2 - 4x + 4 - 3x + 4 = x^2 - 7x + 8$$

محور تقارن سهمی به معادله $y = ax^2 + bx + c$ از رابطه $x = -\frac{b}{2a}$ به دست می آید، داریم:

$$\Rightarrow x = \frac{-b}{2a} = \frac{-(-7)}{2 \times (1)} = \frac{7}{2} = 3.5$$

بنابراین خط مذکور از نواحی اول و چهارم می گذرد.

به بررسی گزینه‌ها می‌پردازیم:
گزینه ۱:

$$x^2 - 2\sqrt{2}x + 2 = 0 \Rightarrow \Delta = (-2\sqrt{2})^2 - 4(1)(2) = 8 - 8 = 0$$

یک ریشه مضاعف دارد.
گزینه ۲:

$$x^2 - \sqrt{5}x + 1 = 0 \Rightarrow \Delta = (-\sqrt{5})^2 - 4(1)(1) = 5 - 4 = 1 > 0$$

دو ریشه حقیقی متمایز دارد.
گزینه ۳:

$$3x^2 - x + 4 = 0 \Rightarrow \Delta = (-1)^2 - 4(3)(4) = 1 - 48 = -47 < 0$$

ریشه حقیقی ندارد.
گزینه ۴:

$$2x^2 - x + \sqrt{5} = 0 \Rightarrow \Delta = (-1)^2 - 4(2)(\sqrt{5}) = 1 - 8\sqrt{5} < 0$$

ریشه حقیقی ندارد.

اگر سهمی برخوردی با محور xها نداشته باشد، $\Delta < 0$ است:

$$y = x^2 + 4x + a \Rightarrow \Delta = 16 - 4a < 0 \Rightarrow 16 < 4a \Rightarrow 4 < a$$

برای عبور سهمی از نواحی مختصات می‌توانیم به نکات زیر توجه کنیم:

(۱) اگر $\Delta \leq 0$ ، سهمی از دو ناحیه می‌گذرد.

(۲) اگر $\Delta > 0$ و $ac > 0$ ، سهمی از سه ناحیه می‌گذرد.

(۳) اگر $\Delta > 0$ و $ac < 0$ ، سهمی از چهار ناحیه می‌گذرد.

در $y = x^2 + ax + 3$ داریم:

$$\begin{cases} \Delta = a^2 - 12 \\ a > 4 \Rightarrow a^2 > 16 \end{cases} \Rightarrow \Delta > 0$$

و چون ۱ و ۳ هم علامت هستند، سهمی از ۳ ناحیه می‌گذرد (رد گزینه ۱).

دهانه سهمی روبه‌بالا است و قطعاً از ناحیه اول و دوم می‌گذرد (رد گزینه ۲).

مجموع ریشه‌های سهمی $S = -a$ است و چون $a > 4$ پس $S < 0$ و یعنی سهمی ریشه‌های منفی دارد و از ناحیه سوم می‌گذرد (رد گزینه ۳).

سه جمله متوالی دنباله هندسی معمولاً به صورت a, aq, a^2q در نظر گرفته می‌شوند و حاصل ضرب سه جمله متوالی یک دنباله هندسی، برابر مکعب جمله وسط است.

$$a_1 \cdot a_2 \cdot a_3 = 216 \Rightarrow (a_2)^3 = 216 \Rightarrow a_2 = 6$$

$$a_1 + a_2 + a_3 = \frac{6}{q} + 6 + 6q = -14 \Rightarrow \frac{1}{q} + q = -\frac{10}{3}$$

$$\xrightarrow[\frac{1}{q} \neq 0]{\times (3q)} 3q^2 + 10q + 3 = 0$$

$$\Rightarrow q = \frac{-5 \pm \sqrt{16}}{3} = -\frac{1}{3}, -3$$

تنها گزینه "۱" می‌تواند صحیح باشد.

اگر (α, β) رأس سهمی باشند، می‌توان معادله آن را به صورت $y = k(x - \alpha)^2 + \beta$ نوشت. چون $(-1, -4)$ رأس سهمی است، طبق نکته بالا داریم:

$$y = k(x - (-1))^2 - 4 = kx^2 + 2kx + k - 4$$

تک تک ضرایب y باید دقیقاً برابر با ضرایب متناظر در $y = 3x^2 + ax + b$ باشند، پس $k = 3$ ، لذا در $y = 3(x + 1)^2 - 4$ برای یافتن محل تقاطع با محور عرض‌ها $x = 0$ قرار می‌دهیم، داریم:

$$y = 3(0 + 1)^2 - 4 = -1 \Rightarrow \text{عرض محل تلاقی با محور عرض‌ها} = -1$$

روش اول: طرفین معادله داده شده را به ۳ تقسیم می‌کنیم. داریم:

$$x^2 - \frac{17}{3}x = \frac{20}{3}$$

مربع نصف ضریب x را به دو طرف اضافه می‌کنیم. داریم:

$$x^2 - \frac{17}{3}x + \frac{289}{36} = \frac{20}{3} + \frac{289}{36} \Rightarrow \left(x - \frac{17}{6}\right)^2 = \frac{529}{36}$$

پس $a = \frac{17}{6}$ و $b = \frac{529}{36}$ است و حاصل $\frac{57}{6} = \frac{19}{2} = \frac{34}{6} + \frac{23}{6} = \frac{34}{6} + \sqrt{b}$ می‌باشد.

روش دوم: در معادله $3x^2 - 17x - 20 = 0$ ، رابطه $a + c = b$ بین ضرایب برقرار است، پس ریشه‌های معادله به صورت $x = -1$ و $x = \frac{-c}{a} = \frac{20}{3}$ هستند. حال معادله $(x - a)^2$ را حل می‌کنیم. داریم:

$$x - a = \pm\sqrt{b} \Rightarrow \begin{cases} x = a + \sqrt{b} \\ x = a - \sqrt{b} \end{cases}$$

ریشه کوچکتر باید -1 و ریشه بزرگتر باید $\frac{20}{3}$ باشد، پس داریم:

$$\begin{cases} a + \sqrt{b} = \frac{20}{3} \\ a - \sqrt{b} = -1 \end{cases} \xrightarrow{\text{جمع}} 2a = \frac{17}{3} \Rightarrow a = \frac{17}{6}$$

با جایگذاری $a = \frac{17}{6}$ در معادله اول داریم:

$$\frac{17}{6} + \sqrt{b} = \frac{20}{3} \Rightarrow \sqrt{b} = \frac{23}{6}$$

در نتیجه حاصل $2a + \sqrt{b} = 2\left(\frac{17}{6}\right) + \frac{23}{6} = \frac{57}{6} = \frac{19}{2}$ است.

راه حل اول:

به‌طور کلی رأس سهمی به معادله $y = a(x - \alpha)^2 + \beta$ نقطه (α, β) است که با مقایسه با فرم صورت سؤال، رأس سهمی $y = \frac{3}{5}(x - 4)^2 - 7$ نقطه $(4, -7)$ است. راه حل دوم:

$$y = \frac{3}{5}(x - 4)^2 - 7 = \frac{3}{5}(x^2 - 8x + 16) - 7 = \frac{3}{5}x^2 - \frac{24}{5}x + \frac{13}{5}$$

$$\Rightarrow \text{طول رأس سهمی} : x_s = \frac{\frac{24}{5}}{\frac{6}{5}} = 4, \text{ عرض رأس سهمی} : y_s = \frac{3}{5}(4 - 4)^2 - 7 = -7$$

جعبه ابزار: دلتا
معادله زیر دارای ریشه حقیقی است:

$$x^2 + x + c = 0$$

پس: $\Delta \geq 0$

$$1 - 4c \geq 0 \Rightarrow 4c \leq 1 \Rightarrow c \leq \frac{1}{4}$$

بررسی گزینه‌ها:
گزینه "۱":

$$x^2 + 3x + c + 1 = 0$$

$$\Delta = 9 - 4(c + 1) = 9 - 4c - 4 = 5 - 4c$$

$$\Rightarrow 5 - 4c \geq 0 \Rightarrow 4c \leq 5 \Rightarrow c \leq \frac{5}{4}$$

که جواب مسئله است.
گزینه "۲":

$$x^2 - x - c = 0 \Rightarrow \Delta = 1 + 4c \Rightarrow 1 + 4c \geq 0 \Rightarrow c \geq -\frac{1}{4}$$

گزینه "۳":

$$x^2 + 3x - c = 0 \Rightarrow \Delta = 9 + 4c \Rightarrow 9 + 4c \geq 0 \Rightarrow c \geq -\frac{9}{4}$$

گزینه "۴":

$$x^2 + x + 3c = 0 \Rightarrow \Delta = 1 - 12c \Rightarrow 1 - 12c \geq 0 \Rightarrow c \leq \frac{1}{12}$$

مجموعه جوابی که به دست می‌آوریم باید $c \leq \frac{1}{4}$ را شامل شود.

$$A = \frac{f(x)(f'(x) - 3f(x) + 5)}{x(x - 3)(x - 1)}$$

عبارت $f'(x) - 3f(x) + 5$ همواره مثبت است، زیرا:

$$\begin{cases} \Delta = 9 - 20 < 0 \\ a = 1 > 0 \end{cases}$$

حال جدول تعیین علامت را برای A رسم می‌کنیم:

x	$-\infty$	$-\infty$	-3	0	1	3	$+\infty$	
f(x)	+	o	-	o	+	o	+	$\Rightarrow A > 0 \Rightarrow (-\infty, -3) \cup (0, 1) \cup (1, 3) \cup (3, +\infty)$
$x^3 - 4x^2 + 3x$	-	-	-	o	+	o	+	
A	-	o	+	o	+	o	+	

اول: بیشترین مقدار تابع $y = ax^2 + bx + c$ برابر $-\frac{\Delta}{4a}$ است.

$$-\frac{9 - 4a^2}{4a} = \frac{9}{4} \Rightarrow 4a^2 - 9a - 9 = 0$$

$$\Rightarrow (4a + 3)(a - 3) = 0 \Rightarrow a = -\frac{3}{4}, a = 3$$

دوم: در صورتی این معادله دارای بیشترین مقدار است که ضریب x^2 منفی باشد، پس $a = -\frac{3}{4}$ قابل قبول است.

اگر تعداد تیم‌ها را x در نظر بگیریم، هر تیم با $x - 1$ تیم دیگر بازی می‌کند. پس $\frac{x(x-1)}{2}$ بازی در رفت و $\frac{x(x-1)}{2}$ بازی در برگشت برگزار می‌شود. در مجموع $x(x-1)$ بازی در رفت و برگشت برگزار می‌شود:

$$x(x-1) = 42 \Rightarrow x^2 - x - 42 = 0 \Rightarrow (x-7)(x+6) = 0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x = 7 \\ x = -6 \end{cases} \text{ غ.ق.ق}$$

$$|x - 5| - 2 \geq 0 \Rightarrow |x - 5| \geq 2$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x - 5 \geq 2 \Rightarrow x \geq 7 \\ x - 5 \leq -2 \Rightarrow x \leq 3 \end{cases} \Rightarrow x \in (-\infty, 3] \cup [7, +\infty)$$