۱

گزینه ۲

بار الکتریکی کوانتیده است. یعنی بار الکتریکی هر جسم که بر اثر مالش باردار شده است باید مضرب صحیحی از بار بنیادی ($e = ۱/۶ \times ۱۰^{-۱۹}\ C$) باشد. بررسی عبارت‌ها

الف) $۳/۲ \times ۱۰^{-۱۹}\ C = ۲ \times ۱/۶ \times ۱۰^{-۱۹}\ C$

ب) $-۳/۲ \times ۱۰^{-۲۰}\ C = -۰/۲ \times ۱/۶ \times ۱۰^{-۱۹}\ C \ \times$

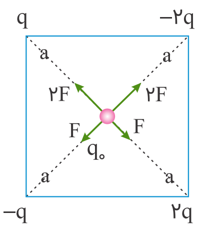
پ) $۴ \times ۱۰^{-۱۹}\ C = ۲/۵ \times ۱/۶ \times ۱۰^{-۱۹}\ C \ \times$

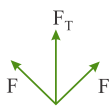
ت) $۸ \times ۱۰^{-۱۹}\ C = ۵ \times ۱/۶ \times ۱۰^{-۱۹}\ C$

۲

گزینه ۴

فرض می‌کنیم بار $q_۰$ مثبت باشد و $: F = \frac{kqq_۰}{a^۲}$





برآیند دو نیروی عمود بر هم F : $\sqrt{F^۲ + F^۲} = \sqrt{۲F^۲} = F\sqrt{۲}$

قطر مربع : $\sqrt{۲^۲ + ۲^۲} = \sqrt{۸} = ۲\sqrt{۲}\ cm$

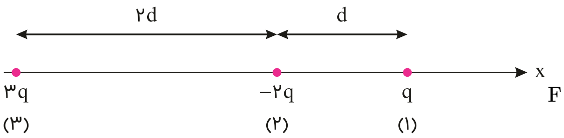
a نصف قطر مربع است و برابر $\sqrt{۲}\ cm$ است.

$$F = ۹ \times ۱۰^۹ \times \frac{۲ \times ۱۰^{-۶} \times ۱ \times ۱۰^{-۶}}{(\sqrt{۲} \times ۱۰^{-۲})^۲} = \frac{۹ \times ۲}{۲} \times ۱۰ = ۹۰\,(N) \Rightarrow F_T = ۹۰\sqrt{۲}$$

۳

گزینه ۳

ابتدا نیروی خالص وارد بر بار $q_۳$ را حساب می‌کنیم:



$$\left.\begin{aligned} F_{۱۳} &= \frac{k(۳q)(q)}{۹d^۲} = \frac{kq^۲}{۳d^۲} \\ F_{۲۳} &= \frac{k(۲q)(۳q)}{۴d^۲} = \frac{۳}{۲}\frac{kq^۲}{d^۲} \end{aligned}\right\} \Rightarrow F_{net_۳} = F_{۲۳} - F_{۱۳} = \frac{۹kq^۲ - ۲kq^۲}{۶d^۲} = \frac{۷}{۶}\frac{kq^۲}{d^۲}$$

حال نیروی خالص وارد بر بار $q_۲$ را حساب می‌کنیم.

$$\left.\begin{aligned} F_{۱۲} &= \frac{kq(۲q)}{d^۲} = ۲\frac{kq^۲}{d^۲} \\ F_{۳۲} &= F_{۲۳} = \frac{۳}{۲}\frac{kq^۲}{d^۲} \end{aligned}\right\} \Rightarrow F_{net_۲} = F_{۱۲} - F_{۳۲} = ۲\frac{kq^۲}{d^۲} - \frac{۳}{۲}\frac{kq^۲}{d^۲} = \frac{۱}{۲}\frac{kq^۲}{d^۲}$$

$$\Rightarrow \frac{F_{net_۲}}{F_{net_۳}} = \frac{\frac{۱}{۲}k\frac{q^۲}{d^۲}}{\frac{۷}{۶}k\frac{q^۲}{d^۲}} = \frac{۳}{۷} \Rightarrow F_۲ = \frac{۳}{۷}F_۳ \Rightarrow \vec{F}_۲ = +\frac{۳}{۷}F$$

۴ گزینه ۲

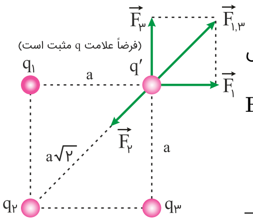
بار منفی در خلاف جهت میدان از A تا B جابه‌جا شده است؛ بنابراین انرژی پتانسیل الکتریکی بار کاهش یافته است ($\Delta U < 0$) از طرفی باتوجه‌به اینکه فقط میدان الکتریکی بر روی بار کار انجام داده است، باتوجه‌به رابطهٔ $\Delta U = -\Delta K$، انرژی جنبشی بار افزایش یافته است ($\Delta K > 0$) و داریم:

$$\Delta U = q\Delta V \xrightarrow{\Delta U=-\Delta K} \Delta K = -q\Delta V$$
$$\Rightarrow 36\times 10^{-3} = -(-12\times 10^{-6})\Delta V \Rightarrow \Delta V = 3\,kV$$

باتوجه‌به اینکه بار از A تا B جابه‌جا شده است، $\Delta V = V_B - V_A = 3\,kV$ می‌باشد.

۵ گزینه ۲

علامت و مقدار بار در حال تعادل اهمیتی ندارد.



q' در حال تعادل $\Rightarrow F_2 = F_{1,3}$

$$F_{1,3} = \sqrt{(F_1)^2 + (F_3)^2} \xrightarrow{F_1=F_3} F_{1,3} = \sqrt{2}F_1$$

$$\xrightarrow{F_2=F_{1,3}} k\frac{|q_2||q'|}{(a\sqrt{2})^2} = \sqrt{2}\times k\frac{|q_1||q'|}{a^2}$$

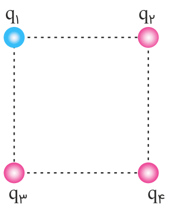
$$\Rightarrow \frac{|q_2|}{2a^2} = \sqrt{2}\frac{|q_1|}{a^2} \Rightarrow |q_2| = 2\sqrt{2}q_1 \Rightarrow |q_2| = 16\sqrt{2}\,nC$$

علامت q_2 باید مخالف علامت q_1 و q_3 باشد؛ یعنی $q_2 = -16\sqrt{2}\,nC$ است.

توجه: طبق اصل کوانتیده بودن بار، مقدار بار یک جسم نمی‌تواند رادیکالی باشد ولی از نظر تئوری مقدار رادیکالی قابل‌قبول است.

بدانیم که:

هرگاه در چهار رأس یک مربع، بارهای الکتریکی وجود داشته باشد و یکی از بارها مثلاً q_4 در شکل زیر در تعادل باشد، آنگاه:



اندازه و نوع باری که در تعادل است (یعنی q_4) اهمیتی ندارد.

بارهای رأس‌های کناری با q_4 باید هم‌اندازه و همنام باشند؛ یعنی $q_2 = q_3$ باشد.

بار رأس مقابل با بار q_4 باید نسبت به دو بار دیگر ناهمنام بوده و اندازهٔ آن $2\sqrt{2}$ برابر آن‌ها باشد؛ یعنی $q_1 = -2\sqrt{2}q_3$ باشد.

۶ گزینه ۳

گام اول: میدان الکتریکی بارها را در نقطه O حساب می‌کنیم:

$$r_1 = \sqrt{2}\,cm\,,\; r_2 = 3\sqrt{2}\,cm$$

گام دوم: چون فاصله q_1 تا O، سه برابر q_2 تا O و بار q_2، نه برابر q_1 است، پس $E_2 = E_1$ است.

$$E_1 = 9\times 10^9 \times \frac{9\times 10^{-6}}{(3\sqrt{2}\times 10^{-12})^2} = \frac{9}{2}\times 10^7\ \frac{N}{C}$$

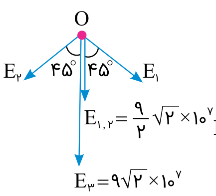
گام سوم: میدان خالص حاصل از q_1 و q_2 را حساب می‌کنیم:

$$E_{1,2} = \sqrt{2}E_1 = \frac{9}{2}\sqrt{2}\times 10^7\ \frac{N}{C}$$

گام چهارم: میدان q_3 را در O حساب می‌کنیم:

$$E_3 = 9\times 10^9 \times \frac{9\sqrt{2}\times 10^{-6}}{9\times 10^{-4}} = 9\sqrt{2}\times 10^7\ \frac{N}{C}$$

گام پنجم: میدان خالص در O را حساب می‌کنیم:



$$E_t = E_{1,2} + E_3 = \frac{3}{2}\times 9\sqrt{2}\times 10^7 = 13/5\sqrt{2}\times 10^7\ \frac{N}{C}$$

۷ گزینه ۱

نیرویی که به بار الکتریکی منفی در میدان الکتریکی یکنواخت وارد می‌شود در راستای میدان و در خلاف جهت میدان الکتریکی ($\vec{E}$) است؛ بنابراین:

$$\left.\begin{aligned} W_E &= |q|Ed\cos\theta \\ W_E &= -\Delta U_E \end{aligned}\right\} \Rightarrow \Delta U = -|q|Ed\cos\theta$$

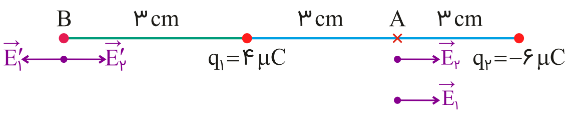
$$\Rightarrow \Delta U_{AB} = -|q|Ed\cos 90^\circ \xrightarrow{\cos 90^\circ = 0} \Delta U_{AB} = 0$$

$$\Rightarrow \Delta U_{BC} = -|q|Ed\cos 180^\circ \xrightarrow{\cos 180^\circ = -1} \Delta U_{BC} = -3\times 10^{-9} \times 2\times 10^{4} \times 0/4(-1)$$

$$\Rightarrow \Delta U_{BC} = 2/4 \times 10^{-6}\,J = 2/4\,\mu J$$

۸ گزینه ۴

هر ۳ سانتی‌متر را یک واحد فاصله در نظر می‌گیریم. با توجه به شکل زیر بزرگی میدان در نقطهٔ A و نقطهٔ B به‌دست می‌آوریم. چون سؤال نسبت میدان‌ها را خواسته تبدیل واحدها را انجام نمی‌دهیم:



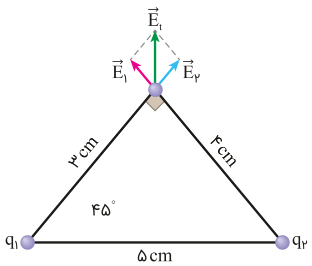
$$A\begin{cases} E_1 = k\dfrac{q_1}{{r_1}^2} = k\dfrac{4}{1^2} = 4k \\ E_2 = k\dfrac{q_2}{{r_2}^2} = k\dfrac{6}{1^2} = 6k \end{cases} \Rightarrow E_A = E_1 + E_2 = 10k$$

$$B\begin{cases} E'_1 = k\dfrac{q_1}{{r'_1}^2} = k\times\dfrac{4}{1^2} = 4k \\ E'_2 = k\dfrac{q_2}{{r'_2}^2} = k\times\dfrac{6}{(3)^2} = \dfrac{2}{3}k \end{cases} \Rightarrow E_B = E'_1 - E'_2 = \dfrac{10}{3}k$$

حالا نسبت خواسته‌شده را به‌دست می‌آوریم:

$$\frac{E_A}{E_B} = \frac{10k}{\frac{10}{3}k} = 3$$

۹ گزینه ۲



$$E = k\frac{q}{r^2} \Rightarrow \begin{cases} E_1 = \dfrac{9\times 10^9 \times 3\times 10^{-8}}{9\times 10^{-4}} = 3\times 10^5\,N/C \\ E_2 = \dfrac{9\times 10^9 \times 16\times 10^{-8}}{16\times 10^{-4}} = 9\times 10^5\,N/C \end{cases}$$

$$E_t = \sqrt{(3\times 10^5)^2 + (9\times 10^5)^2} = 3\sqrt{10}\times 10^5\,N/C$$

۱۰

گزینه ۴

گام اول

الف) بار الکتریکی نقطه‌ای $۲۰\mu C \leftarrow q = ۲۰\mu C$

ب) در فاصله یک متری $\leftarrow r = ۱m$

ج) میدان الکتریکی چند نیوتون بر کولن است؟ $\leftarrow E = ?N/C$

گام دوم

کافی است رابطه میدان الکتریکی برای بار نقطه‌ای را بنویسیم:

$$\begin{cases} E = k\dfrac{q}{r^۲} \\ k = ۹ \times ۱۰^۹ \, Nm^۲/C^۲ \end{cases} \Rightarrow E = \frac{۹ \times ۱۰^۹ \times ۲۰ \times ۱۰^{-۶}}{۱} = ۱/۸ \times ۱۰^۵ N/C$$

۱۱

گزینه ۳

می‌دانیم هر چه خطوط میدان متراکم‌تر باشد، اندازهٔ میدان بزرگ‌تر است، همچنین نیروی وارده از طرف میدان از رابطهٔ $F = E|q|$ به دست می‌آید، بنابراین با حرکت در جهت میدان از A تا B میدان و نیرو افزایش و از B تا C میدان و نیرو کاهش می‌یابند.

۱۲

گزینه ۲

$$F = k\frac{۶q}{۶۴} \Rightarrow ۳F = k\frac{۱۸q}{۶۴}$$

$$\cancel{k}\frac{۱۸\cancel{q}}{۶۴} = \cancel{k}\frac{۴(۲\cancel{q})}{d^۲} \Rightarrow \frac{۱۸}{۶۴} = \frac{۸}{d^۲} \Rightarrow d^۲ = \frac{\overset{۴}{\cancel{۸}} \times ۶۴}{\underset{۹}{\cancel{۱۸}}} \Rightarrow d = \frac{۱۶}{۳} cm$$

۱۳

گزینه ۲

گام اول

الف) از فاصله ۳۰ سانتی‌متری، نیروی جاذبه ۴ نیوتنی به یکدیگر وارد می‌کنند ← $r = ۳۰\text{cm} = ۳ \times ۱۰^{-۱}\text{m} , F_۴ = ۴\text{N}$

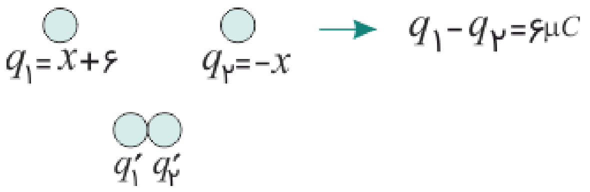
ب) بار اولیهٔ گلوله‌ها برحسب میکروکولن کدام است؟ ← $q_۱ , q_۲ = ?\mu C$

گام دوم

باتوجه‌به قاعدهٔ پایستگی بار الکتریکی درمی‌یابیم که مجموع دو بار، $۶\mu C$ است:

$$\frac{q_۱ + q_۲}{۲} = ۳\mu C \Rightarrow q_۱ + q_۲ = ۶\mu C$$

برای درک تقسیم بار بین $q_۱$ و $q_۲$ بعد از تماس دو گلوله شکل زیر را در نظر می‌گیریم؛ باتوجه‌به اینکه نیروی بین آن‌ها جاذبه است، داریم:



$$F = \frac{k|q_۱||q_۲|}{r^۲} \Rightarrow ۴ = \frac{۹ \times ۱۰^۹ \times |q_۱| \times |q_۲|}{۹ \times ۱۰^{-۲}}$$
$$\Rightarrow |q_۱||q_۲| = ۴ \times ۱۰^{-۱۱}c^۲ \Rightarrow |q_۱||q_۲| = ۴۰(\mu C)^۲$$

حال به بررسی گزینه‌ها می‌پردازیم. به دنبال دو عددی هستیم که در روابط زیر صدق کنند:

$$\begin{cases} q_۱ + q_۲ = ۶\mu C \\ |q_۱||q_۲| = ۴۰(\mu C)^۲ \end{cases}$$

گزینهٔ ۱:

$$\begin{cases} -۶ + ۱۲ = ۶\mu C \\ |-۶||۱۲| = ۷۲ = ۴۰(\mu C)^۲ \end{cases}$$

گزینهٔ ۲:

$$\begin{cases} -۴ + ۱۰ = ۶\mu C \\ |-۴||۱۰| = ۴۰(\mu C)^۲ \end{cases} \text{(صحیح)}$$

گزینهٔ ۳:

$$\begin{cases} -۳ + ۹ = ۶\mu C \\ |-۳||۹| = ۲۷ = ۴۰(\mu C)^۲ \end{cases}$$

گزینهٔ ۴:

$$\begin{cases} -۲ + ۸ = ۶\mu C \\ |-۲||۸| = ۱۶ = ۴۰(\mu C)^۲ \end{cases}$$

۱۴ گزینه ۳

$$\begin{cases} U_1 = \frac{1}{2}\frac{q_1^2}{C} = \frac{(q\times 10^{-3})^2}{2\times 12\times 10^{-6}} = \frac{q^2}{24} \\ U_2 = \frac{1}{2}\frac{q_2^2}{C} = \frac{[(q+3)\times 10^{-3}]^2}{2\times 12\times 10^{-6}} = \frac{(q+3)^2}{24} \end{cases}$$

نکته: انرژی مصرف‌شده، در خازن ذخیره می‌شود و به همین دلیل، باید اختلاف انرژی در دو حالت، برابر ۸ ژول باشد.

$$\frac{(q+3)^2}{24} - \frac{q^2}{24} = 8 \Rightarrow (q+3)^2 - q^2 = (8\times 24)$$

$$\Rightarrow \cancel{q^2} + 6q + 9 - \cancel{q^2} = 192 \Rightarrow 6q = 183 \Rightarrow q = \frac{183}{6} = 30/5\,(\mu C)$$

۱۵ گزینه ۳

با توجه به صورت سوال بهتر است انرژی خازن را بر حسب بار و ظرفیت آن محاسبه کنیم یعنی $U = \frac{q^2}{2C}$. بنابراین:

$$U = \frac{q^2}{2C} \xrightarrow{C_1=C_2} \frac{U_2}{U_1} = \left(\frac{q_2}{q_1}\right)^2 \Rightarrow \frac{144}{36} = \left(\frac{q_1+40}{q_1}\right)^2 \Rightarrow \frac{12}{6} = \frac{q_1+40}{q_1}$$

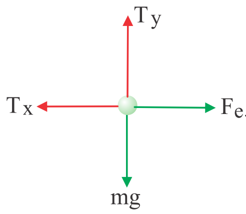
$$\Rightarrow 2q_1 = q_1 + 40 \Rightarrow q_1 = 40\,\mu C$$

$$U_1 = \frac{q_1^2}{2C} \Rightarrow 2C = \frac{q_1^2}{U_1} = \frac{1600}{36} \Rightarrow C = \frac{800}{36} = \frac{200}{9}\,\mu F$$

توجه: در رابطه $U = \frac{q^2}{2C}$، اگر q و C را به ترتیب بر حسب μC و μF قرار دهیم، U بر حسب μJ بدست می‌آید.

۱۶ گزینه ۲

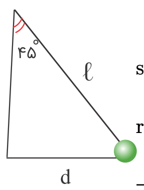
ابتدا نیروهای وارد بر گلوله سمت راست را رسم می‌کنیم:



شرط تعادل گلوله آن است که نیروهای افقی و عمودی هم‌اندازه و در خلاف جهت هم باشند، پس داریم:

$$\begin{cases} T_y = mg \\ T_x = F_e \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 2\times 10^{-1} = m\times 10 \Rightarrow m = 2\times 10^{-2}kg \\ 2\times 10^{-1} = \frac{9\times 10^9 \times q\times q}{r^2} \quad (1) \end{cases}$$

برای محاسبه r از مثلث قائم‌الزاویه سمت راست کمک می‌گیریم و سپس مقدار به‌دست آمده در مثلث را دوبرابر می‌کنیم تا r محاسبه شود:



$$\sin 45^\circ = \frac{d}{l} \Rightarrow \frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{d}{3\sqrt{2}} \Rightarrow d = 3m$$

$$r = 2d \Rightarrow r = 6m$$

$$\xrightarrow{(1)} 2\times 10^{-1} = \frac{9\times 10^9 \times q^2}{36} \Rightarrow q^2 = 8\times 10^{-10} \Rightarrow q = 2\sqrt{2}\times 10^{-5}c$$

۱۷

گزینه ۴

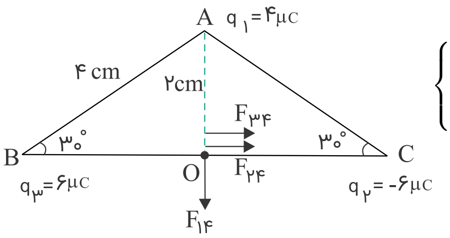
گام اول

الف) نقطهٔ O در وسط خط واصل دو بار $\leftarrow BO = OC$

ب) نیروی وارد بر بار $q_۴ = ۱\mu C$ چند نیوتن است؟ $\leftarrow \vec{F} = \vec{F}_{۱۴} + \vec{F}_{۲۴} + \vec{F}_{۳۴} = ?N$

گام دوم

ابتدا فواصل OA و OB را به دست می‌آوریم. ضلع روبه‌رو به زاویه ۳۰° نصف وتر است بنابراین در مثلث $\overset{\Delta}{AOB}$ ، $AO = ۲cm$ است. طبق رابطه فیثاغورث خواهیم داشت:



$$\begin{cases} AB^۲ = OB^۲ + OA^۲ \\ AB = ۴cm \\ OA = ۲cm \end{cases} \Rightarrow ۱۶ = OB^۲ + ۴ \Rightarrow OB = OC = \sqrt{۱۲}cm$$

حال به محاسبهٔ مؤلفه‌های افقی و عمودی نیروی واردشده به $q_۴$ می‌پردازیم:

مؤلفهٔ افقی بردار برآیند نیروی واردشده به $q_۴$برابر است با:

$$\vec{F}_x = \left|\vec{F}_{۳۴}\right| + \left|\vec{F}_{۲۴}\right| = \left|k\frac{q_۳q_۴}{(OB)^۲}\right| + \left|k\frac{q_۲q_۴}{(OC)^۲}\right| = ۹\times۱۰^۹\times\frac{۱\times۱۰^{-۶}\times۶\times۱۰^{-۶}}{۱۲\times۱۰^{-۴}} + ۹\times۱۰^۹\times\frac{۱\times۱۰^{-۶}\times۶\times۱۰^{-۶}}{۱۲\times۱۰^{-۴}} = ۹۰N$$

مؤلفهٔ عمودی بردار برآیند نیروی واردشده به $q_۴$ برابر است با:

$$\left|\vec{F}_y\right| = k\frac{|q_۱||q_۴|}{(OA)^۲} = ۹\times۱۰^۹\times\frac{۴\times۱۰^{-۶}\times۱\times۱۰^{-۶}}{۴\times۱۰^{-۴}} = ۹\times۱۰ = ۹۰N$$

بنابراین نیروی کل واردشده به $q_۱$ برابر است با:

$$\vec{F} = \sqrt{F_x^{\ ۲} + F_y^{\ ۲}} = \sqrt{۲\times(۹۰)^۲} = ۹۰\sqrt{۲}N$$

۱۸

گزینه ۱

بعد از تماس دو کرهٔ A و B با یکدیگر، دو کره در حکم یک جسم رسانا هستند و می‌دانیم بار اضافی روی سطح خارجی جسم رسانا توزیع می‌شود، بنابراین تمام بار روی سطح خارجی کرهٔ B قرار می‌گیرد و بار کرهٔ A صفر می‌شود.

۱۹

گزینه ۲

اگر بار $q_۳$ را مثبت فرض کنیم، نیروی الکتریکی که بار $q_۲$ بر $q_۳$ وارد می کند به‌صورت جاذبه و نیروی الکتریکی که بار $q_۱$ بر $q_۳$ وارد می کند به‌صورت دافعه خواهد بود. بنابراین می توان نوشت:

$$F_{۱۳} = k\frac{|q_۱||q_۳|}{r^۲} = \frac{k\times۹q_۳}{۰/۰۹} = ۱۰۰kq_۳ \ , \ F_{۲۳} = k\frac{|q_۲||q_۳|}{r'^۲} = \frac{k\times۱\times q_۳}{۰/۰۱} = ۱۰۰kq_۳$$

همان طور که مشاهده می شود، $|F_{۱۳}| = |F_{۲۳}| = ۰$ است. بنابراین برآیند نیروهای الکتریکی وارد بر بار $q_۳$ صفر بوده و $q_۳$ در حالت تعادل قرار دارد، ازطرفی طبق صورت سؤال برآیند نیروهای الکتریکی وارد بر بار $q_۱$ نیز صفر می باشد، پس داریم:

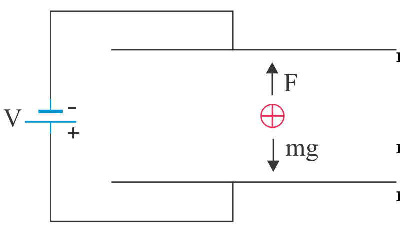
$$|F_{۲۱}| = |F_{۳۱}| \Rightarrow \frac{k\times۱\times۹}{۰/۰۴} = \frac{kq_۳\times۹}{۰/۰۹} \Rightarrow q_۳ = +\frac{۹}{۴}$$

چون $q_۲ < ۰$ است، برای آنکه برآیند نیروهای الکتریکی وارد بر بار $q_۱$ صفر شود، $q_۳$ باید مثبت باشد.

۲۰

گزینه ۲

چون ذره بین دو صفحه معلق است؛ پس برآیند نیروهای وارد بر آن صفر است:



$$mg = F$$

در میدان الکتریکی یکنواخت $F = Eq$؛ پس: $mg = Eq$، لذا:

$$m = ۰/۴\,g = ۰/۴\times۱۰^{-۳}\,kg = ۴\times۱۰^{-۴}\,kg$$

$$mg = Eq \Rightarrow ۴\times۱۰^{-۴}\times۱۰ = E\times۵\times۱۰^{-۶} \Rightarrow E = \frac{۴\times۱۰^{-۳}}{۵\times۱۰^{-۶}} = ۸\times۱۰^۲\,N/C$$

میدان الکتریکی بین دو صفحهٔ رسانای موازی که در فاصلهٔ d از یکدیگر قرار دارند و به اختلاف‌پتانسیل V وصل هستند، از رابطهٔ زیر به دست می‌آید:

$$d = ۴\,mm = ۴\times۱۰^{-۳}\,m$$

$$V = Ed \Rightarrow V = (۸\times۱۰^۲)\times(۴\times۱۰^{-۳}) = ۳/۲\,V$$

۲۱ گزینه ۲

$$C = \frac{\kappa \varepsilon_{\circ} A}{d}$$

$$C_۱ = ۹ \times ۱۰^{-۱۲} \times \frac{۰/۱۲ \times ۱۰^{-۴}}{۲ \times ۱۰^{-۳}} = ۵/۴ \times ۱۰^{-۱۴}\,F = ۵/۴ \times ۱۰^{-۲}\,pF$$

$$C_۲ = ۹ \times ۱۰^{-۱۲} \times \frac{۰/۱۲ \times ۱۰^{-۴}}{۲/۴ \times ۱۰^{-۳}} = ۴/۵ \times ۱۰^{-۱۴}\,F = ۴/۵ \times ۱۰^{-۲}\,pF$$

$$\Delta C = (۵/۴ - ۴/۵) \times ۱۰^{-۲}\,pF = ۰/۹ \times ۱۰^{-۲}\,pF$$

۲۲ گزینه ۱

گام اول

الف) میدان الکتریکی در فاصلهٔ ۲۰ سانتی‌متری از بار q برابر $۱۸N/C$است. $\leftarrow$ $E_۱ = ۱۸N/C\,,\, r_۱ = ۲۰cm$

ب) چند سانتی‌متر دیگر از بار فوق دور شویم تا میدان الکتریکی برابر $۸N/C$ شود؟ $\leftarrow$ $r_۲ - r_۱ = ?cm\,,\, E_۲ = ۸N/C$

گام دوم

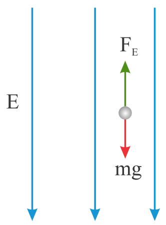
کافی است نسبت $\frac{E_۲}{E_۱}$ را به دست آوریم تا از این طریق، $r_۲ - r_۱$ را محاسبه کنیم:

$$\begin{cases} E_۱ = \dfrac{k|q|}{r_۱^۲} \\ E_۲ = \dfrac{k|q|}{r_۲^۲} \end{cases} \overset{\div}{\Rightarrow} \frac{E_۲}{E_۱} = \frac{\dfrac{k|q|}{r_۲^۲}}{\dfrac{k|q|}{r_۱^۲}} = \left(\frac{r_۱}{r_۲}\right)^۲ \Rightarrow \frac{۸}{۱۸} = \left(\frac{۲۰}{r_۲}\right)^۲ \Rightarrow r_۲ = ۳۰cm$$

$$\Rightarrow r_۲ - r_۱ = ۳۰ - ۲۰ = ۱۰cm$$

۲۳ گزینه ۲

جهت نیروی الکتریکی باید با جهت نیروی وزن جسم مخالفت کند و هم‌اندازه با آن باشد تا ذره به حال سکون باشد.



$$F_E = mg \Rightarrow |q|E = mg \Rightarrow |q| = \frac{۰/۰۴ \times ۱۰}{۸۰۰} = ۰/۰۰۰۵\,C = ۰/۵\,mC$$

جهت نیروی الکتریکی رو به بالا و جهت میدان الکتریکی رو به پایین است پس بار q منفی است.

۲۴ گزینه ۳

میدان حاصل از بار $q_۱$ در وسط دو بار به سمت راست است. از آنجایی که میدان برآیند در وسط دو بار به سمت چپ است، پس میدان حاصل از $q_۲$ به سمت چپ و همچنین $q_۲ > ۰$ می‌باشد.

$$E_۲ - E_۱ = ۱۸ \times ۱۰^۵ \Rightarrow \frac{۹ \times ۱۰^۹ \times |q_۲|}{(۲۰ \times ۱۰^{-۲})^۲} - \frac{۹ \times ۱۰^۹ \times ۸ \times ۱۰^{-۶}}{(۲۰ \times ۱۰^{-۲})^۲} = ۱۸ \times ۱۰^۵$$

$$\Rightarrow |q_۲| = ۱۶\,\mu C \Rightarrow q_۲ = +۱۶\,\mu C$$

حال برای آنکه میدان در همان محل صفر بشود باید بار $q_۲$ هم‌اندازه و هم علامت با $q_۱$ شود یعنی باید $q_۲$ برابر $۸\,\mu C$ شود. برای بار $q_۲$ می‌توان نوشت:

$$\Delta q = ne \Rightarrow (۸ - ۱۶) \times ۱۰^{-۶} = -n \times ۱/۶ \times ۱۰^{-۱۹} \Rightarrow n = \frac{۸ \times ۱۰^{-۶}}{۱/۶ \times ۱۰^{-۱۹}} = ۵ \times ۱۰^{۱۳}$$

پس باید ۵×۱۰^{۱۳} الکترون به آن بدهیم.

۲۵

گزینه ۱

$$U_2 = U_1 + 0/44U_1 = 1/44U_1$$

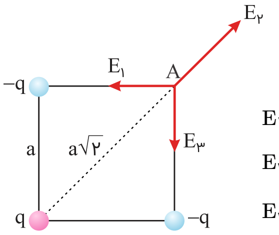
$$U = \frac{1}{2}CV^2 \Rightarrow \frac{U_2}{U_1} = (\frac{V_2}{V_1})^2 \Rightarrow (\frac{V_2}{V_1})^2 = \frac{1/44U_1}{U_1} = 1/44 \xrightarrow{\text{جذر}} \frac{V_2}{V_1} = 1/2$$

به‌عبارت‌دیگر به‌اندازهٔ $\Delta V = 0/2\,V_1$ که معادل ۲۰ درصد V_1 است، باید افزایش دهیم.

۲۶

گزینه ۲

روش اول: قبل از حذف بار q، میدان خالص در نقطهٔ A برابر است با:



$$E_1 = k\frac{q}{a^2} = E$$
$$E_3 = k\frac{q}{a^2} = E$$
$$E_2 = k\frac{q}{2a^2} = \frac{E}{2}$$

$$E_A = \sqrt{E_1^2 + E_3^2} - E_2 = \sqrt{E^2 + E^2} - \frac{E}{2} = \sqrt{2}E - \frac{E}{2}$$
$$\Rightarrow E_A = E(\sqrt{2} - \frac{1}{2})$$

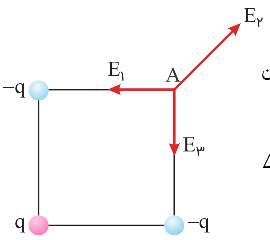
پس از حذف بار q، میدان خالص در نقطهٔ A برابر است با:

$$E'_A = \sqrt{E_1^2 + E_3^2} = \sqrt{2}E$$

در این صورت تغییرات میدان الکتریکی در نقطهٔ A برابر است با:

$$\left.\begin{aligned} \Delta E &= E'_A - E_A = \sqrt{2}E - E(\sqrt{2} - \frac{1}{2}) = +\frac{1}{2}E \\ E &= k\frac{q}{a^2} = 9 \times 10^9 \times \frac{20 \times 10^{-9}}{900 \times 10^{-4}} = 2000\,N/C \end{aligned}\right\}$$
$$\Rightarrow \Delta E = +1000\,N/C$$

روش دوم:



با حذف بار q و باتوجه‌به شکل میدان‌ها در نقطهٔ A می‌توان نتیجه گرفت، میدان خالص به اندازهٔ میدان بار q در نقطهٔ A افزایش پیدا می‌کند. در این صورت تغییرات میدان الکتریکی این نقطه برابر است با:

$$\Delta E = E_{\text{حذف شده}} = k\frac{q}{r^2} = 9 \times 10^9 \times \frac{20 \times 10^{-9}}{2 \times 900 \times 10^{-4}} = 1000\,N/C$$

۲۷

گزینه ۲

$$\left.\begin{aligned} F_{net} &= ma \\ F_E &= Eq \end{aligned}\right\} \Rightarrow ma = Eq \Rightarrow a = \frac{Eq}{m}$$

$$\frac{a_A}{a_B} = \frac{\frac{Eq_A}{m_A}}{\frac{Eq_B}{m_B}} = \frac{\frac{2}{6}}{\frac{1}{1}} = \frac{1}{3}$$

۲۸

گزینه ۲

در خازن جداشده از باتری، بار ثابت می‌ماند. با دوبرابر کردن فاصله بین صفحات خازن، ظرفیت آن نصف می‌شود.

$$C = \varepsilon_0\frac{A}{d} \xrightarrow{d_2 = \frac{1}{2}d_1\,,\,C = 5nF} C = 2/5nF$$
$$U_1 = \frac{1}{2}\frac{Q^2}{C_1} = \frac{1}{2} \times \frac{45^2}{5} = 202/5\,nJ$$
$$U_2 = \frac{1}{2}\frac{Q^2}{C_2} = \frac{1}{2} \times \frac{45^2}{2/5} = 405\,nJ$$
$$U_2 - U_1 = 405 - 202/5 = 202/5\,nJ = 2/025 \times 10^2 nJ$$

۲۹ گزینه ۱

قبل از تغییر اختلاف پتانسیل خازن، اختلاف پتانسیل، بار و انرژی آن را V و Q و U در نظر می‌گیریم. در این صورت داریم:

$$V_{۲} = ۳V \quad , \quad Q_{۲} = Q + ۸۰\,\mu C \quad , \quad U_{۲} = U + ۶۴۰۰\,\mu J$$

با توجه به اینکه $C = \frac{Q}{V}$ و ظرفیت با تغییر Q و V ثابت باقی می‌ماند، پس:

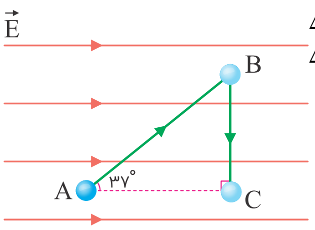
$$\frac{Q_{۲}}{V_{۲}} = \frac{Q}{V} \Rightarrow \frac{Q + ۸۰}{۳V} = \frac{Q}{V} \Rightarrow Q = ۴۰\,\mu C$$

حالا از رابطهٔ $U = \frac{Q^{۲}}{۲C}$، استفاده می‌کنیم تا ظرفیت خازن به دست بیاید:

$$U_{۲} = U + ۶۴۰۰ \Rightarrow \frac{(Q+۸۰)^{۲}}{۲C} = \frac{Q^{۲}}{۲C} + ۶۴۰۰$$
$$\Rightarrow \frac{Q^{۲} + ۱۶۰Q + ۶۴۰۰}{۲C} - \frac{Q^{۲}}{۲C} = ۶۴۰۰ \Rightarrow \frac{۱۶۰Q + ۶۴۰۰}{۲C} = ۶۴۰۰$$
$$\Rightarrow \frac{۶۴۰۰ + ۶۴۰۰}{۲C} = ۶۴۰۰ \Rightarrow C = ۱\,\mu F$$

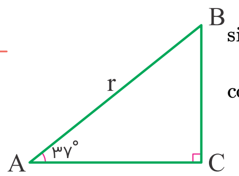
۳۰ گزینه ۱

گام اول: الکترون در جهت خطوط میدان به اندازهٔ $\overline{AC}$ جابجا شده است و بنابراین انرژی پتانسیل آن افزایش می‌یابد (رد گزینه‌های ۲ و ۴). برای محاسبهٔ تغییر انرژی پتانسیل کافی است تا اندازهٔ $\overline{AC}$ را به دست آورده و کار میدان الکتریکی انجام گرفته بر ذره را محاسبه کنیم:



$$\Delta U_{AC} = -W_E = -F_E.\overline{AC}.\cos ۱۸۰^\circ$$
$$\Delta U_{AC} = -(eE).\overline{AC}.(-۱)$$
$$\Rightarrow \Delta U_{AC} = eE.\overline{AC} \qquad (I)$$

گام دوم: با فرض اینکه $\overline{AB} = r$ باشد، $\overline{BC}$ و $\overline{AC}$ را برحسب r به دست می‌آوریم:



$$\sin ۳۷^\circ = \frac{\overline{BC}}{\overline{AB}} \Rightarrow ۰/۶ = \frac{\overline{BC}}{r} \Rightarrow \overline{BC} = ۰/۶r$$
$$\cos ۳۷^\circ = \frac{\overline{AC}}{\overline{AB}} \Rightarrow ۰/۸ = \frac{\overline{AC}}{r} \Rightarrow \overline{AC} = ۰/۸r$$

طول مسیر $\overline{ABC}$ برابر $۸۰\,cm$ است، بنابراین:

$$\overline{AB} + \overline{BC} = ۸۰ \Rightarrow r + ۰/۶r = ۸۰ \Rightarrow ۱/۶r = ۸۰ \Rightarrow r = \frac{۸۰}{۱/۶} = ۵۰\,cm$$
$$\Rightarrow \overline{AC} = ۰/۸r = ۰/۸ \times ۵۰ = ۴۰\,cm = ۰/۴\,m$$

گام سوم: حالا می‌توان با استفاده از رابطهٔ (I) تغییر انرژی پتانسیل الکترون را محاسبه کرد:

$$\Delta U_{AC} = e.E.\overline{AC} = (۱/۶ \times ۱۰^{-۱۹}) \times (۵ \times ۱۰^{۸}) \times ۰/۴ = ۳/۲ \times ۱۰^{-۱۱}$$
$$= ۳۲ \times ۱۰^{-۱۲}\,J = ۳۲\,pJ$$